

Détermination Des Paramètres De Transformations De L'Ellipsoïde Clarke 1880 A L'Ellipsoïde WGS – 84 : Cas De La Portion Comprise Entre TSHIKAPA Et DIMBELENGE Sur l'Arc Congolais De 6^{ème} Parallèle Sud

Mohamed Abdallah Abdallah

Assistant 2 / INBTP/ KINSHASA

Abdamohamed6@gmail.com



Résumé – L'étude des paramètres de transformation dont nous avons abordé, se focalise sur les ellipsoïdes de Clarke 1880 et WGS 84 dont le milieu d'étude est l'ex province du Kasai occidental, car c'est la partie du pays que nous avons eu la possibilité de réunir toutes les données utiles pour la bonne marche de cette démarche scientifique.

Dans ce travail, l'idée était de trouver les paramètres de transformation qui permettront de passer de l'ellipsoïde de Clarke à l'ellipsoïde WGS 84 et vice versa. Ces paramètres sont regroupés sous trois grandes formes dont nous avons les trois paramètres de translation, suivant les trois axes (X, Y et Z), trois paramètres aussi pour la rotation ainsi qu'un facteur d'homothétie autrement dit facteur d'échelle. À l'issue de cette démarche, nous avons confirmé que les paramètres de transformation sont beaucoup plus influencés par les trois paramètres de translation (TX, TY et TZ) car les autres (paramètres de rotation et facteur d'homothétie) sont infiniment petits.

Pour trouver ces paramètres, nous avons utilisé la similitude 3D de Bursa Wolf pour une simple raison que cette méthode offre une bonne précision et elle permet de passer d'un système A vers un système B et vice versa tout en considérant les mêmes paramètres mais à la seule condition de changer les signes.

Mots clés – paramètres, transformations, ellipsoïdes, Clarke 1880, WGS 84,

I. INTRODUCTION

Le développement d'un pays dépend entre autres de l'exploitation des diverses potentialités qu'il regorge. Quant à la République Démocratique du Congo, elle possède d'immenses potentialités variables qui couvrent des grandes superficies qui sont restées inexploitées jusqu'à l'arrivée du colonisateur belge.

Vu l'importance des gisements miniers que regorge le pays, le colonisateur belge animé du souci d'exploitation a commencé par l'implantation des réseaux de triangulation dans les diverses provinces du pays (RDC). Mais cette implantation avait un caractère particulier, car elle n'était matérialisée que dans des endroits bien ciblés afin de résoudre certains problèmes tels que de la démarcation physique des frontières, du cadastre foncier et minier et celui relatif à la cartographie, etc.

Certes, cette implantation était favorable pour l'évolution du pays mais aussi a contribué à la position de nombreux problèmes d'aménagement du territoire suite à son caractère hétérogène (c'est-à-dire les réseaux référés à plusieurs ellipsoïdes avec des différentes précisions).

Après l'indépendance, l'Institut Géographique du Congo (I.G.C) a poursuivi le travail laissé par le colonisateur, sans pourtant songer à homogénéiser ces réseaux ou à déterminer les paramètres de transformation pouvant servir de passage entre ellipsoïdes.

Eu égard à cet état de choses, un certain nombre de problèmes s'était et se pose encore et nécessite de trouver des solutions adéquates afin que certains travaux se fassent aisément. Parmi ces problèmes, nous pouvons citer :

- L'hétérogénéité des réseaux ;
- Les mesures, calculs, avec des méthodes différentes (la précision est tout à fait différente) ;
- Le manque des paramètres de transformations entre les différents réseaux ;
- Le manque d'altitudes ellipsoïdales pour la plupart des réseaux observés et calculés, sauf le réseau du tiers méridional.

L'ensemble de ces problèmes nous a poussé de nous poser la question de savoir comment éviter que cette défaillance puisse influencer négativement les travaux scientifiques et techniques à réaliser ? La réponse à cette question est ce qui a motivé cet article intitulé : "**Détermination des paramètres de transformations de l'ellipsoïde Clarke 1880 à l'ellipsoïde WGS – 84 : cas de la portion comprise entre TSHIKAPA et DIMBELENGE sur l'Arc Congolais de 6^{ème} Parallèle sud**".

II. MÉTHODOLOGIE DU TRAVAIL

Pour calculer les paramètres de transformations entre les référentiels géodésiques Clarke 1880 et WGS – 84, la méthodologie comprend les grandes lignes suivantes :

- A. Constitution d'un réseau de trois cheminements ;
- B. Calcul des altitudes ellipsoïdales et compensation;
- C. Calcul des coordonnées géodésiques (WGS – 84) du réseau des cheminements formés ;
- D. Calcul des coordonnées astronomiques à partir du premier point des cheminements (54/604) et des altitudes ellipsoïdales sur WGS – 84 ;
- E. Calcul des paramètres des transformations entre les ellipsoïdes de Clarke 1880 et WGS – 84.

Il est à noter que les méthodes ci – après ont été appliquées dans chaque étape de problème relatif à l'obtention finale des paramètres de transformation :

- Méthode géométrique ; graphiquer toutes les étapes du problème ;
- Méthode trigonométrique et analytique : calcul des distances géodésiques, des azimuts, des coordonnées géodésiques, astronomiques et trirectangle, en appliquant des formules de la trigonométrie (sphérique et plane) et autres ;
- Méthode gravimétrique pour l'obtention des anomalies de pesanteur.

III. PRÉSENTATION DES RÉSULTATS

Avant de présenter des résultats, il est intéressant de tracer un peu la configuration du milieu d'étude afin de cerner l'importance de l'homogénéisation des référentiels géodésiques ainsi que de procéder à une présentation succincte des données d'étude.

3.1. Milieu d'étude

Le milieu d'étude s'étend entre deux provinces de la République Démocratique du Congo : Kasai et Kasai central (selon le découpage de 2015), avant 2015 ces deux provinces faisaient une " **ex KASAÏ OCCIDENTAL** "

a. Superficie et situation géographique

La province du Kasai-Central a une superficie de 59111 km², elle est située entre les parallèles 2° et 8° de latitude Sud et entre les méridiens 21°30' et 24° de longitude Est. La province du Kasai-Central est bornée au nord par la province de Sankuru, au sud par la province angolaise de Lunda Norte et de la province de la Lualaba (au Katanga), à l'est par la province du Kasai Oriental et à l'ouest par la province du Kasai.



Fig 1 : situation géographique de la province du Kasai - Central

Source : Wikipédia

La province du Kasai a par contre une superficie estimée à 95631 km², et est située au centre-ouest du pays, elle est limitrophe de 6 provinces congolaises et d'une province angolaise au sud.



Fig 2 : situation géographique de la province du Kasai

Source : Wikipédia

Les deux provinces sont riches en minerais, on y trouve le cuivre, plomb, l'or, le diamant, manganèse etc.

3.2. Données d'étude

a. Choix du point fondamental

Il importe, avant le transport des coordonnées astronomiques, de choisir un point fondamental (point connu en coordonnées astronomiques et géodésiques) à partir duquel les coordonnées seront transmises.

Le point fondamental de notre site est le repère 52/24 parce qu'il est connu en coordonnées astronomiques (ϕ_a , λ_a) et géodésiques (ϕ_g , λ_g).

Tableau 1 : Répertoire des coordonnées astronomiques

N°	POINTS	Φ_a	λ_a
1	56/48	5°41'17"5	12°30'18"7
2	27/42	5°37'16"2	13°29'10"3
3	50/09	4°19'38"2	15°14'55"5
4	56/713	4°45'56"5	18°19'54"0
5	54/617	5°57'40"9	20°15'07"6
6	52/24 *	6°51'43"7	21°58'41"2
7	58/658	6°06'29"7	23°37'04"7
8	57/309	4°22'44"2	26°45'31"9

Source : Institut Géographique du Congo,

(*) repère retenu parce qu'il est connu à la fois en (ϕ_a , λ_a) et en (ϕ_g , λ_g).

b. . Constitution des réseaux des cheminements et Données d'étude

Il nous faut, pour transmettre les coordonnées géographiques (astronomiques ou géodésiques) d'un point à l'autre, constituer un réseau de cheminement.

Pour ce faire, nous disposons de la carte numérisée sur laquelle nous avons dessiné les différents cheminements pour mener à bien notre démarche. Nous avons eu au total trois cheminements formés de la manière présentée sur la figure suivante :

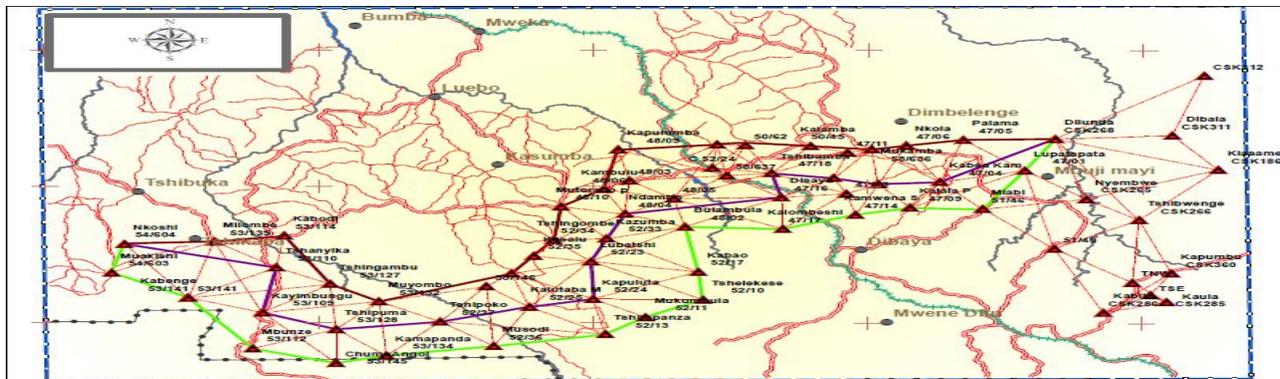


Fig 3 : Trois cheminements formés

Source : IGC

Ces trois cheminements ont une même origine qui est le point 54/604 et une même extrémité définie par le point CSK268. Ils sont définis sur la figure de la manière suivante :

- En rouge, le premier cheminement qui se compose des points suivants 54/604 – 53/139- 53/114 – 53/127 – 53/132 – 52/30 – 52/35 – 52/34 – 48/10 – 48/06 – 48/09 – 48/01 – 50/45 – 58/636 – 47/06 – 47/05 – CSK268.

Tableau 2 : les coordonnées des repères du premier cheminement

PTS	NOMS	ϕ_g (sud)	λ_g (Est)
54/604	Nkoshi	6°25'44''5848	20°16'30''9014
53/139	Milombe	6°25'03''4165	20°36'22''4724
53/114	Kabodi	6°22'52''4774	20°51'43''1768
53/127	Tshingambu	6°44'04''2693	21°01'57''0156
53/132	Muyombo	6°51'45''8179	21°12'47''9871
52/30	Bena tshilambu	6°40'15''3175	21°41'05''4452
52/35	Kasalu	6°32'31''2058	21°46'02''4645
52/34	Tshingombe	6°25'28''4222	21°50'04''2668
48/10	Mutombo panda	6°10'20''1938	21°52'09''8612
48/06	Kambulu	6°02'43''3080	22°01'18''9846
48/09	Kapulumba	5°45'32''1546	22°04'35''7810
48/01	Mulunda mbuyi	5°42'53''7216	22°25'54''4461
50/45	Kalamba	5°43'41''2226	22°46'36''7298
58/636	Mukamba	5°45'23''6472	22°59'28''7893
47/06	Nkola	5°43'43''4161	23°07'21''1265
47/05	Palama	5°41'12''0544	23°19'57''1874
CSK268	Dilunda	5°40'43''6803	23°39'59''6844

Source : Meex, 1962

- En vert, le deuxième cheminement défini par les points 54/604 – 54/603 – 53/141 – 53/112 – 53/145 – 53/134 – 52/36 – 52/13 – 52/11 – 52/10 – 52/17 – 48/02 – 47/17 – 47/14 – 47/09 – 51/46 – 47/01 – CSK268.

Tableau 3 : les coordonnées des repères du deuxième cheminement

PTS	NOMS	φ_g (Sud)	λ_g (Est)
54/604	<u>Nkoshi</u>	6°25'44''5848	20°16'30''9014
54/603	<u>Muakishi</u>	6°38'35''7781	20°13'27''3351
53/141	<u>Kabenge</u>	6°49'46''5221	20°30'46''7197
53/112	<u>Mbunze</u>	7°09'39''2955	20°44'36''4169
53/145	<u>Chumo angola</u>	7°18'52''1960	21°03'17''4759
53/134	<u>Kamapanda</u>	7°15'53''3237	21°14'07''2678
52/36	<u>Musodi</u>	7°11'49''7180	21°36'30''6169
52/13	<u>Tshimpanza</u>	7°06'58''6510	22°00'56''7114
52/11	<u>Mukumbula</u>	6°59'48''2913	22°09'56''0232
52/10	<u>Tshelekese</u>	6°51'55''0566	22°22'36''6717
52/17	<u>Kabao</u>	6°39'56''3943	22°21'49''0851
48/02	<u>Bulambula</u>	6°19'58''4291	22°19'06''3877
47/17	<u>Kalombeshi</u>	6°21'01''8600	22°40'23''1255
47/14	<u>Kamwena sapo</u>	6°14'54''7365	22°56'16''9267
47/09	<u>Kalala pambu</u>	6°11'46''0861	23°08'31''7760
51/46	<u>Miabi</u>	6°12'13''7155	23°24'15''9541
47/01	<u>Lupatapata</u>	5°55'03''6977	23°33'20''1295
CSK268	<u>Dilunda</u>	5°40'43''6803	23°39'59''6844

Source : Meex, 1962

- En violet, le troisième cheminement défini par les points 54/604 – 53/110 – 53/109 – 53/128 – 52/37 – 52/25 – 52/24 – 52/23 – 52/33 – 48/04 – 47/16 – 47/18 – 47/12 – 47/04 – CSK268.

Tableau 4 : les coordonnées des repères du troisième cheminement

PTS	NOMS	φ_g (Sud)	λ_g (Est)	H
54/604	<u>Nkoshi</u>	6°25'44''5848	20°16'30''9014	807
53/110	<u>Tshanyika</u>	6°36'34''7238	20°50'09''6809	714
53/109	<u>Kayimbungu</u>	6°56'24''8352	20°46'35''8747	836
53/128	<u>Tshipuma</u>	7°04'05''4403	21°03'16''1337	798
52/37	<u>Tshipoko</u>	7°01'10''4201	21°25'24''3957	822
52/25	<u>Kalutaba mvunde</u>	6°54'55''4025	21°44'28''5926	855
52/24	<u>Kapuluta</u>	6°51'40''4947	21°58'38''5575	892
52/23	<u>Lubatshi</u>	6°35'13''6408	21°58'16''6233	887
52/33	<u>Kazumba</u>	6°24'40''7041	22°01'53''5547	801
48/04	<u>Ndambo</u>	6°13'52''3987	22°05'50''4729	740
47/16	<u>Disaya</u>	6°06'51''5281	22°40'09''7975	768
47/18	<u>Tshibamba</u>	5°55'56''2740	22°37'47''5400	714
47/12	<u>Tambwe tshintanku</u>	5°58'14''1001	22°51'36''0288	785
47/08	<u>Tshibwabwa</u>	6°01'42''6491	23°01'22''8658	774
47/04	<u>Kabea kamwanga</u>	6°00'11''4709	23°14'57''6030	667
CSK268	<u>Dilunda</u>	5°40'43''6803	23°39'59''6844	849

Source : Meex, 1962

3.3. Résultats proprement dits

Les calculs étaient faits d'une grande partie par application des logiciels et programmes informatiques en l'occurrence Matlab, Arcgis et Excel, avec ce dernier nous avons eu à créer un programme pour automatiser les calculs mais toute fois, il a été question de montrer aussi la démarche de manière analogique pour confirmer les résultats automatiques. Dans le corpus de cet article, question de ne pas reprendre les mêmes raisonnements, nous avons juste repris les calculs dans un ellipsoïde et juste un exemple parmi tant autres, car par analogie, l'on peut arriver à déterminer la suite.

DÉTERMINATION DES ALTITUDES ELLIPSOÏDALES (sur les ellipsoïdes de Clarke 1880 et WGS – 84)

a. Transport des coordonnées astronomiques

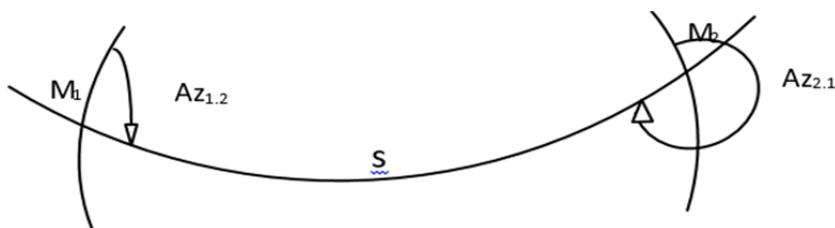
Dans la zone étudiée, nous avons considéré le point 52/24 (comme point fondamental) qui est connu en coordonnées astronomiques, à partir duquel nous avons fait le transport de ses coordonnées à tous les autres points du site. Classiquement, ce problème se décompose en deux sous – problèmes (Mbutabuba, 2013).

Il s'agit :

- **Problème inverse**

Connaissant deux points en coordonnées géographiques géodésiques

$M_1 (\phi_1, \lambda_1)$ et $M_2 (\phi_2, \lambda_2)$, il revient de Calculer la longueur de la géodésique $S=M_1M_2$ et les azimuts $Az_{1.2}$ et $Az_{2.1}$.



- **Problème direct**

Connaissant le point M_1 en coordonnées géographiques géodésiques, l'azimut de la direction M_1M_2 et la distance orthodromique entre M_1 et M_2 , le problème revient à calculer les coordonnées du point M_2 et l'azimut inverse.

Il existe plusieurs méthodes entrant en jeu pour résoudre les deux problèmes cités ci – haut, qui se différencient les unes des autres par leur précision et leur complexité, parmi ces méthodes nous pouvons citer :

- La méthode de puissance
- La méthode approchée des trois niveaux
- La méthode rigoureuse

Dans cet article, nous allons utiliser la méthode approchée des trois niveaux, car elle permet de résoudre simultanément les problèmes direct et inverse avec la même précision.

Exemple1 : on vous donne les coordonnées géographiques des points 54/604 et 52/24 référés à l'ellipsoïde Clarke 1880 ($a = 6378249,20$ m, $b = 6356515,00$ m). Calculer la distance ellipsoïdale et les azimuts

Clarke 1880		
Pts	ϕ_g	λ_g
54/604	6°25'44''5848 S	20°16'30''9014 E
52/24	6°51'40''4947 S	21°58'38''5575 E

Résolution du problème inverse par la méthode approchée des trois niveaux

Calculs préliminaires

$$\operatorname{tg} \varphi'_{54/604} = \frac{b}{a} \operatorname{tg} \varphi_{54/604} \Rightarrow \operatorname{tg} \varphi'_{54/604} = \frac{6356515}{6378249,20} \operatorname{tg}(-6^{\circ}25'44''5848)$$

$$\varphi'_{54/604} = 6^{\circ}24'26''3755 \text{ S}$$

$$\operatorname{tg} \varphi'_{52/24} = \frac{b}{a} \operatorname{tg} \varphi_{52/24} \Rightarrow \operatorname{tg} \varphi'_{52/24} = \frac{6356515}{6378249,20} \operatorname{tg}(-6^{\circ}51'40''4947)$$

$$\varphi'_{52/24} = 6^{\circ}50'17''1249 \text{ S}$$

passage aux éléments sphériques

Calcul de $\Delta\lambda$

$$\Delta\lambda = \lambda_{52/24} - \lambda_{54/604} = 21^{\circ}58'38''5575 - 20^{\circ}16'30''9014$$

$$\Delta\lambda = 1^{\circ}42'07''6561$$

Calcul de $\Delta\lambda'$

$$\Delta\lambda' = V_0 \cdot \Delta\lambda$$

$$V_0 = \frac{V_1 + V_2 + 4V_m}{6}$$

$$V_1 = (1 + e'^2 \cos^2 \varphi_{54/604})^{1/2} = (1 + 0,006850092164 \cos^2(-6^{\circ}25'44''5848))^{1/2} = 1,003376403$$

$$V_2 = (1 + e'^2 \cos^2 \varphi_{52/24})^{1/2} = (1 + 0,006850092164 \cos^2(-6^{\circ}51'40''4947))^{1/2} = 1,003370484$$

$$V_m = (1 + e'^2 \cos^2 \varphi_m)^{1/2}$$

$$\varphi'_m = (\varphi'_1 + \varphi'_2)/2 = -6^{\circ}37'21''7502$$

$$\operatorname{tg} \varphi_m = \frac{a}{b} \operatorname{tg} \varphi'_m$$

$$\operatorname{tg} \varphi_m = \frac{6378249,20}{6356515,00} \operatorname{tg}(-6^{\circ}37'21''7502)$$

$$\varphi_m = 6^{\circ}38'42''5421 \text{ S}$$

$$V_m = \sqrt{1 + 0,006850092164 \cos^2(-6^{\circ}38'42''5421)} = 1,003373491$$

$$V_0 = 1,003373475$$

$$\Delta\lambda' = V_0 \cdot \Delta\lambda = 1^{\circ}42'28''3276$$

Calcul de la différence de l'élongation

Δw

$$\cos \Delta w = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi'_{54/604}\right) \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi'_{52/24}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi'_{54/604}\right) \sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi'_{52/24}\right) \cos \Delta\lambda'$$

$$\Delta w = 1^{\circ}45'01''0892 = 0,030548542 \text{ rad}$$

Retour aux éléments ellipsoïdaux

Calcul de la longueur de la géodésique

(De)

Première itération

$$De = \frac{a}{V_0} \Delta w = 194191,121 \text{ m, avec } V_0 = (V_1 + V_2)/2$$

Deuxième itération

$$De = \frac{a}{V_0'} \Delta w = 194191,116 \text{ m}$$

Avec :

$$V_0 = (v_1 + v_2 + 4v_m)/6$$

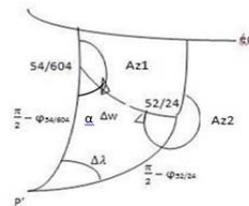
$$\sin \phi'_m = \frac{\sin \varphi'_1 + \sin \varphi'_2}{2 \cos \Delta\omega/2} \quad \phi'_m = -6^{\circ}37'24''3749$$

$$\phi'_1 = \varphi'_{54/604} \text{ et } \phi'_2 = \varphi'_{52/24}$$

$$\operatorname{tg} \phi_m = a/b (\operatorname{tg} \phi'_m)$$

$$\phi_m = -6^{\circ}38'45''1755$$

Calcul des Azimuts



$$\sin \alpha = \frac{\cos \varphi_{52/24} \sin \Delta\lambda}{\sin \Delta w} = \frac{\cos 6^{\circ}51'40''4947 \sin 1^{\circ}42'07''6561}{\sin 1^{\circ}45'01''0892}$$

$$\alpha = 74^{\circ}54'36''9928$$

$$Az_1 = 180^{\circ} - \alpha = 105^{\circ}05'23''0072$$

Exemple 2 :

Connaissant le point 52/24 en coordonnées astronomiques, calculer les coordonnées astronomiques du point 54/604.

Données

$$52/24 : \phi_a = 6^{\circ}51'43''7 \text{ S} \quad \lambda_a = 21^{\circ}58'41''2 \text{ E}$$

$$a = 6378249,20 \text{ m}$$

$b = 6356515,00 \text{ m}$, $e^2 = 0,006803487646$ $e'^2 = 0,006850092164$, $Az_g = 284^\circ 54' 06'' 3040$, $De = 194191,116 \text{ m}$

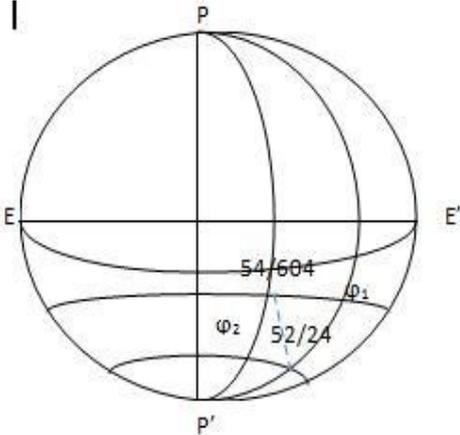
Inconnues : $\phi_a = ?$ $\lambda_a = ?$

Résolution

Calcul de l'azimut astronomique

$$Aza = (\lambda_a - \lambda_g) \sin \phi_m + Az_g = (21^\circ 58' 41'' 2 - 21^\circ 58' 38'' 5575) \sin \left(\frac{-6^\circ 51' 43'' 7 - 6^\circ 51' 40'' 4947}{2} \right) + 284^\circ 54' 06'' 3040$$

$$Aza = 284^\circ 54' 05'' 9880$$



Calcul préliminaire

$$\text{tg } \phi'_{52/24} = \frac{b}{a} \text{tg } \phi_{52/24} \quad \phi'_{52/24} = -6^\circ 50' 20'' 3195$$

• **Passage aux éléments sphériques**

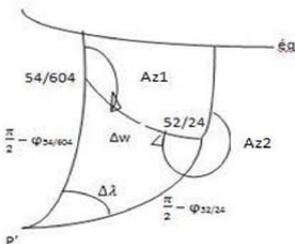
- **Calcul de la différence d'élongation**

$$\Delta w^{\text{rad}} = (1 + e'^2 \cos^2 \phi_1)^{1/2} \cdot \frac{De}{a} = (1 + 0,006850092164 \cos^2 (-6^\circ 51' 43'' 7))^{\frac{1}{2}} \times \frac{194191,116}{6378249,20}$$

$$\Delta w = 0,03054845 \text{ rad}$$

$$\Delta w = 1^\circ 45' 01'' 0703$$

- **Calcul de $\phi'_{a 54/604}$**



$$\cos \left(\frac{\pi}{2} - \phi'_{a 52/24} \right) = \cos \left(\frac{\pi}{2} - \phi'_{a 54/604} \right) \cos \Delta w + \sin \left(\frac{\pi}{2} - \phi'_{a 52/24} \right) \sin \Delta w \cos \alpha$$

$$\phi'_{a 54/604} = 6^\circ 23' 09'' 3973 \text{ S}$$

Calcul de $\phi_{a 54/604}$

$$\text{tg } \phi_{a 54/604} = \frac{6378249,20}{6356515,00} \times \text{tg}(-6^\circ 23' 09'' 3973)$$

$$\phi_{a 54/604} = 6^\circ 24' 27'' 3500 \text{ S}$$

Calcul ϕ'_m

$$\phi'_m = \frac{\phi'_{a 52/24} + \phi'_{a 54/604}}{2} = \frac{-6^\circ 50' 20'' 3195 - 6^\circ 23' 09'' 3973}{2}$$

$$\phi'_m = -6^\circ 36' 44'' 8584$$

Calcul ϕ_m

$$\text{tg } \phi_m = \frac{a}{b} \text{tg } \phi'_m \Rightarrow \text{tg } \phi_m = \frac{6378249,20}{6356515,00} \text{tg}(-\phi'_m)$$

$$\phi_m = -6^\circ 38' 05'' 5275$$

- **Calcul de V_0**

$$V_1 = (1 + e'^2 \cos^2 \phi_{a 52/24})^{1/2} = 1,003370471$$

$$V_2 = (1 + e'^2 \cos^2 \phi_{a 54/604})^{1/2} = 1,003376687$$

$$V_m = (1 + e'^2 \cos^2 \phi_m)^{1/2} = 1,003373631$$

$$V_0 = \frac{1,003370471 + 1,003376687 + 4(1,003373631)}{6} = 1,003373614$$

Calcul de la différence d'élongation

$$\Delta w = V_0 \times \frac{De}{a} = 0,030548546 \text{ rad} = 1^\circ 45' 01'' 0900$$

Calcul de $\Delta \lambda'$

$$\sin \Delta \lambda' = \frac{\sin \Delta w \sin(Aza - 180^\circ)}{\cos \phi'_{a 54/604}}$$

$$\Delta \lambda' = 1^\circ 42' 07'' 1415$$

Calcul de ϕ'_m

$$\text{tg } \phi'_m = \frac{\text{tg } \phi'_{52/24} + \text{tg } \phi'_{54/604}}{2 \cos \frac{\Delta \lambda'}{2}} = \frac{\text{tg}(-6^\circ 50' 20'' 3195) + \text{tg}(-6^\circ 23' 09'' 3973)}{2 \cos \frac{1^\circ 42' 07'' 1415}{2}}$$

$$\phi'_m = -6^\circ 36' 47'' 8348$$

Calcul de ϕ_m

$$\text{tg } \phi_m = \frac{a}{b} \times \text{tg } \phi'_m = \frac{6378249,20}{6356515,00} \times \text{tg}(-6^\circ 36' 47'' 8348)$$

$$\phi_m = -6^\circ 38' 08'' 5138$$

Calcul de V_m et V_0

$$V_m = (1 + 0,006850092164 \cos^2 (-6^\circ 38' 08'' 5138))^{1/2} = 1,00337362$$

$$V'_0 = \frac{V_1 + V_2 + 4V_m}{6} = \frac{1,003370471 + 1,003376687 + 4(1,00337362)}{6} = 1,003373606$$

• **Retour aux éléments ellipsoïdaux**

Longitude

$$\Delta \lambda = \frac{\Delta \lambda'}{V'_0}$$

$$= 1^\circ 42' 07'' 1415 / 1,003373606 = 1^\circ 41' 46'' 5404$$

$$\Delta \lambda = \lambda_{52/24} - \lambda_{54/604}$$

$$\lambda_{a 54/604} = \lambda_{a 52/24} - \Delta \lambda = 21^\circ 58' 41'' 2 - 1^\circ 41' 46'' 5404 = 20^\circ 16' 54'' 6596$$

$$54/604 \text{ a pour coordonnées astronomiques :}$$

$$\lambda_a = 20^\circ 16' 54'' 6596 \text{ E } \phi_a = 6^\circ 24' 27'' 3500 \text{ S}$$

Pour calculer les coordonnées géographiques géodésiques sur WGS – 84, il faut avoir les points doubles c'est-à-dire les points connus sur deux ellipsoïdes différents.

Dans ce travail, nous nous sommes référés au point 54/604 qui était connu à la fois sur les ellipsoïdes Clarke 1880 et WGS – 84. Connaissant les coordonnées géographiques géodésiques du point 54/604 sur Clarke 1880, nous allons ainsi déterminer des azimuts de direction et des distances géodésiques entre les repères de trois cheminements constitués (problème inverse). Ayant les azimuts ainsi que les distances ellipsoïdales, nous avons alors déterminé tous les repères de ces trois cheminements constitués sur WGS – 84 (problème direct).

Exemple 1 :

Déterminer les coordonnées géodésiques sur WGS 84 du repère 53/139 partant du point

54/604 ($\phi = 6^{\circ}25'39''1453$ S $\lambda = 20^{\circ}16'27''2637$ E). L'azimut et la distance sont respectivement $84^{\circ}52'58''6414$ et $36638,5801$ m

Données : $a = 6378137,00$ m, $b = 6356752,31$ m et $e^2 = 0,006739497$

Inconnues : 53/139 : $\varphi = ?$ $\lambda = ?$

Résolution :

Calculs préliminaires : $\text{tg } \varphi'1 = \frac{b}{a} \text{tg } \varphi1$

$\varphi'1 = 6^{\circ}24'22''2102$ S

Passage aux éléments sphériques

Calcul de la différence d'élongations

$$\Delta w = \sqrt{1 + e'^2 \cos^2 \varphi1} \times \frac{De}{a} = \sqrt{1 + 0,006739497 \cos^2(-6^{\circ}25'39''1453)} \times \frac{36638,5801}{6378137,00}$$

$$= 0,005763484 \text{ rad} = 0^{\circ}19'48''8039$$

Calcul de $\varphi2$

$$\sin \varphi'2 = \sin \varphi'1 \cos \Delta w + \cos \varphi'1 \sin \Delta w \cos (180^{\circ} - Az1)$$

Après remplacement $\varphi'2 = 6^{\circ}22'35''7990$ S

Retour à l'ellipsoïde

$$\text{tg } \varphi2 = \frac{a}{b} \text{tg } \varphi'2$$

$\varphi2 = 6^{\circ}23'52''3851$ S

Calcul de φ_m

$$\text{tg } \varphi_m = \frac{a}{b} \text{tg } \varphi'_m$$

$$\varphi'_m = \frac{\varphi'1 + \varphi'2}{2} = 6^{\circ}23'29''0042$$
 S

$\varphi_m = 6^{\circ}24'45''7656$ S

Calcul de V_o

$$V1 = \sqrt{1 + e'^2 \cos^2 \varphi1} = 1,003322001$$

$$V2 = \sqrt{1 + e'^2 \cos^2 \varphi2} = 1,003322387$$

$$V_m = \sqrt{1 + e'^2 \cos^2 \varphi_m} = 1,003322194$$

$$V_o = \frac{V1 + V2 + 4 V_m}{6} = 1,003322194$$

Calcul de la différence d'élongations

$$\Delta w = \frac{V_o}{a} De = \frac{1,003322194}{6378137} 36638,5801 = 0,005763485571$$

$$= 0^{\circ}19'48''8042$$

Calcul de $\Delta \lambda'$

$$\sin \Delta \lambda' = \sin (180^{\circ} - Az) \frac{\sin \Delta w}{\cos \varphi'2}$$

$\Delta \lambda' = 0^{\circ}19'51''4371$

$$\text{tg } \varphi'_m = \frac{\text{tg } \varphi'1 + \text{tg } \varphi'2}{2 \cos \frac{\Delta \lambda'}{2}}$$

Après remplacement $\varphi'_m = 6^{\circ}23'29''1011$ S

Calcul de φ_m

$$\text{tg } \varphi_m = \frac{b}{a} \text{tg } \varphi'_m$$

$\varphi_m = 6^{\circ}24'45''8625$ S

Calcul de $\Delta \lambda$

$$V_m = \sqrt{1 + e'^2 \cos^2 \varphi_m} = \sqrt{1 + 0,006739497 \cos^2(-6^{\circ}24'45''8625)} = 1,003322194$$

$$V_o = \frac{V1 + V2 + 4 V_m}{6} = 1,003322194$$

$$\Delta \lambda = \frac{\Delta \lambda'}{V_o} = \frac{0^{\circ}19'51''4371}{1,003322194}$$

$\Delta \lambda = 0^{\circ}19'47''4920$

Calcul de la longitude $\lambda2$

$$\lambda2 = \lambda1 + \Delta \lambda = 20^{\circ}36'14''7550$$
 E

53/139 : $\varphi2 = 6^{\circ}23'52''3851$ S

$\lambda2 = 20^{\circ}36'14''7550$ E

Au regard, des tableaux de calcul des coordonnées astronomiques non compensées de chaque point des cheminements constitués, nous constatons que le repère CSK268 a trois coordonnées différentes relatives pour chaque cheminement. D'où il est évident de déterminer les coordonnées les plus probables pour ce repère (CSK268).

a) Compensation des coordonnées astronomiques

□ Calcul de la latitude du point CSK 268, la plus probable

Chem	ϕ en rad	$\Sigma De(km)$	$p = \frac{2}{S^2}$	$P\phi$	V_i en rad	PV_i^2
1	-0,0980472	481,08166	8,64156E-06	-8,47281E-07	-0,00361062	1,12656E-10
2	-0,107236279	549,67918	6,61929E-06	-7,09828E-07	0,005578459	2,05987E-10
3	-0,101423747	285,98310	2,4454E-05	-2,48021E-06	-0,000234074	1,33984E-12
			$\Sigma = 3,97148E-05$	$\Sigma = -4,03732E-05$		3,19983E-11

$$\phi_{CSK268pr} = \frac{\sum \rho \phi}{\sum \rho} = -0,10165782 \text{ rad} = 5^{\circ}49'28''4306 \text{ S}$$

- Calcul des résidus (V_i)

$$V_1 = \phi_{pr} - \phi_1 = -0,10165782 - (-0,0980472) = -0,00361062 \text{ rad}$$

$$V_2 = \phi_{pr} - \phi_2 = -0,10165782 - (-0,107236279) = 0,005578459 \text{ rad}$$

$$V_3 = \phi_{pr} - \phi_3 = -0,10165782 - (-0,101423747) = -0,000234074 \text{ rad}$$

Calcul de la précision sur le résultat de $\phi_{CSK268pr}$

$$Emq = \sqrt{\frac{\sum \rho v^2}{\sum \rho (n-q)}} = \sqrt{\frac{3,19983E-11}{3,97148E-05 (84-6)}} = 3,213956258E-05 \text{ rad} = 6''63$$

n: nombre de visées totales faites sur le terrain

q : nombre de visées strictement nécessaires

□ Calcul de la longitude du point CSK 268, la plus probable

Chem	λ en rad	$\Sigma De(km)$	$p = \frac{2}{S^2}$	$p\lambda$	V_i en rad	pV_i^2
1	0,412968375	481,08166	8,64156E-06	3,56869E-06	-0,002769055	6,62606E-11
2	0,404723638	549,67918	6,61929E-06	2,67898E-06	0,005475682	1,98467E-10
3	0,410702967	285,98310	2,4454E-05	1,00433E-05	-0,000503647	6,203E-12
			$\Sigma = 3,97148E-05$	$\Sigma = 1,6291E-05$		2,7093E-11

$$\lambda_{CSK268pr} = \frac{\sum \rho \lambda}{\sum \rho} = 0,41019932 \text{ rad} = 23^{\circ}30'09''6833 \text{ E}$$

La formule intervenant pour le calcul des résidus : $V_i = \lambda_{prob} - \lambda_{cal}$

Calcul de la précision sur le résultat de $\lambda_{CSK\ 268\ pr}$

$$Emq = \sqrt{\frac{\sum \rho v^2}{\sum \rho(n-q)}} = \sqrt{\frac{2,7093E-11}{3,97148E-05(84-6)}} = 2,957365875 \cdot 10^{-5} \text{ rad} = 6''10$$

b) Compensation des coordonnées géodésiques Sur WGS – 84

□ Calcul de la latitude du point CSK 268, la plus probable (sur WGS 84)

Chem	$\varphi(\text{rad})$	$\Sigma De(\text{km})$	$\rho = \frac{2}{s^2}$	$P\varphi$	$V(\text{rad})$	ρV^2
1	-0,098395971	481,08166	8,64156E-06	-8,50295E-07	-0,003623981	1,13492E-10
2	-0,107591216	549,6791816	6,61929E-06	-7,12177E-07	0,005571264	2,05456E-10
3	-0,101247898	526,9437279	7,2028E-06	-7,29269E-07	-0,000772053	4,29335E-12
			$\Sigma = 2,24637E-05$	$\Sigma = -2,29174E-06$		3,23241E-10

$$\phi_{CSK268pr} = \frac{\sum \rho \varphi}{\sum \rho} = -0,102019952 \text{ rad} = 5^\circ 50' 43'' 1256 \text{ S}$$

$$V1 = \varphi_{pr} - \varphi_1$$

$$V2 = \varphi_{pr} - \varphi_2$$

$$V3 = \varphi_{pr} - \varphi_3$$

➤ Calcul de la précision sur le résultat de $\varphi_{CSK\ 268\ pr}$

$$Emq = \pm \sqrt{\frac{\sum \rho v^2}{\sum \rho(n-q)}} = \pm \sqrt{\frac{3,23241E-10}{2,24637E-05(84-6)}} = \pm 4,29512 \cdot 10^{-5} \text{ rad} = \pm 8'' 8593$$

n: nombre de visées totales faites sur terrain

q : nombre de visées strictement nécessaire

□ Calcul de la longitude du point CSK 268, la plus probable (sur WGS 84)

Chem	$\lambda(\text{rad})$	$\Sigma De(\text{km})$	$\rho = \frac{2}{s^2}$	$P\lambda$	$V(\text{rad})$	ρV^2
1	0,412838844	481,08166	8,64156E-06	3,56869E-06	-0,001124535	1,09279E-11
2	0,404583383	549,67918	6,61929E-06	2,67898E-06	0,007130925	3,36592E-10
3	0,416918383	526,9437279	7,2028E-06	3,00298E-06	-0,005204074	1,95069E-10
			$\Sigma = 2,24637E-05$	$\Sigma = 9,24861E-06$		5,42589E-10

$$\lambda_{\text{CSK268pr}} = \frac{\sum \rho \lambda}{\sum \rho} = 0,411714309 \text{ rad} = 23^{\circ}35'22''1722 \text{ E}$$

$$V = \lambda_{\text{prob}} - \lambda_{\text{cal}}$$

➤ Calcul de la précision sur le résultat de $\lambda_{\text{CSK268pr}}$

$$Emq = \pm \sqrt{\frac{\sum \rho v^2}{\sum \rho (n-q)}} = \pm \sqrt{\frac{5,42589E-10}{2,24637E-05(84-6)}} = \pm 5,556478E-05 \text{ rad} = \pm 11''4611$$

Pour corriger les imperfections dues à la nature humaine, aux appareils et aux méthodes utilisées lors de transport des coordonnées, les différentes méthodes sont : La méthode parallèle proportionnelle, La méthode de carrier et La méthode des moindres carrés.

Toutes ces méthodes donnent des résultats satisfaisants et leur emploi dépend de la qualité et de la précision du travail.

Tableaux des quantités correctives et des coordonnées astronomiques compensées

a) Tableaux des quantités à apporter aux corrections ($\delta\lambda, \delta\phi$)

□ **Clarke 1880**

Cheminement I

Pts	ϕ_a (rad)	λ_a (rad)	De	$\Delta' \phi / \Sigma L$	$\Delta \phi$	$\Delta' \lambda / \Sigma L$	$\delta \lambda$
54/604	-0,1118342002	0,35398501					
			36638,58014	-7,50521E-09	-0,000274980	-0,000000006	-0,000210888
53/139	-0,111316502	0,3597418					
			28578,81938	-7,50521E-09	-0,000214490	-0,000000006	-0,000164497
53/114	-0,110582503	0,364189914					
			43378,72559	-7,50521E-09	-0,000325567	-0,000000006	-0,000249683
53/127	-0,116753209	0,367155543					
			24506,39612	-7,50521E-09	-0,000183926	-0,000000006	-0,000141056
53/132	-0,119005905	0,370300531					
			56276,56404	-7,50521E-09	-0,000422368	-0,000000006	-0,000323922
52/30	-0,115590183	0,378501216					
			16925,73994	-7,50521E-09	-0,000127031	-0,000000006	-9,74228E-05
52/35	-0,113336972	0,379936161					
			14961,53472	-7,50521E-09	-0,000112290	-0,000000006	-8,6117E-05
52/34	-0,111284977	0,381104347					
			28163,2542	-7,50521E-09	-0,000211371	-0,000000006	-0,000162105

Détermination Des Paramètres De Transformations De L'Ellipsoïde Clarke 1880 A L'Ellipsoïde WGS – 84 : Cas De La Portion Comprise Entre TSHIKAPA Et DIMBELENCE Sur l'Arc Congolais De 6ème Parallèle Sud

48/10	-0,106881473	0,38171111					
			21955,27739	-7,50521E-09	-0,000164779	-0,000000006	-0,000126372
48/06	-0,104655559	0,384364033					
			32246,03515	-7,50521E-09	-0,000242013	-0,000000006	-0,000185605
48/09	-0,099655765	0,385314797					
			39642,79281	-7,50521E-09	-0,000297528	-0,000000006	-0,00022818
48/01	-0,09873244	0,391492226					
			38252,42752	-7,50521E-09	-0,000287093	-0,000000006	-0,000220177
50/45	-0,09927947	0,397494079					
			23962,52953	-7,50521E-09	-0,000179844	-0,000000006	-0,000137926
58/636	-0,099864277	0,401224164					
			14855,60693	-7,50521E-09	-0,000111494	-0,000000006	-8,55073E-05
47/06	-0,099342851	0,403506184					
			23724,26135	-7,50521E-09	-0,000178056	-0,000000006	-0,000136554
47/05	-0,098549038	0,407158949					
			37013,11299	-7,50521E-09	-0,000277791	-0,000000006	-0,000213044
CSK268	-0,0980472	0,412968375					
			$\Sigma=481081,6578$				

Source : Mohamed Abdallah, 2022

Par analogie, nous sommes arrivés à calculer aussi pour les cheminements II et III et cela dans les deux référentiels Clarke 1880 et WGS 84.

Tableaux des coordonnées astronomiques compensées et des azimuts astronomiques de tous les cheminements.



WGS-84

Cheminement I

Pts	ϕ_a	λ_a
54/604	6°24'28"1857	20°16'54'
53/139	6°23'38"1809	20°35'58'
53/114	6°21'51"0490	20°50'41'
53/127	6°44'10"9555	21°00'02'
53/132	6°52'33"4867	21°10'21'
52/30	6°42'16"0103	21°37'26'
52/35	6°34'57"4769	21°42'02'
52/34	6°28'17"4077	21°45'45'
48/10	6°13'52"8364	21°47'17'
48/06	6°06'47"6669	21°55'58'
48/09	5°50'26"4240	21°58'35'
48/01	5°48'17"1475	22°19'02'
50/45	5°51'08"9496	22°38'55'
58/636	5°53'46"4905	22°51'16'
47/06	5°52'21"8312	22°58'49'
47/05	5°50'14"6483	23°10'54'
CSK268	5°49'28"1253	23°30'09'

Cheminement II

Pts	ϕ_a	λ_a
54/604	6°24'28"1857	20°16'54"3
54/603	6°36'28"2850	20°14'41"5
53/141	6°46'24"5346	20°33'15"4
53/112	7°04'45"3864	20°48'33"9
53/145	7°12'45"3357	21°08'29"9
53/134	7°08'55"2618	21°20'00"0
52/36	7°02'59"8448	21°43'44"8
52/13	6°56'08"5796	22°09'40"2
52/11	6°48'11"5675	22°19'21"3
52/10	6°39'16"6136	22°32'55"9
52/17	6°37'42"3361	22°21'42"5
48/02	6°33'41"2641	22°03'00"5
47/17	6°34'21"7848	22°25'34"7
47/14	6°27'00"6772	22°42'30"9
47/09	6°22'53"8051	22°55'31"9
51/46	6°23'15"6361	23°12'13"4
47/01	6°04'49"7515	23°22'30"2
CSK268	5°49'28"1253	23°30'09"0

Cheminement III

Pts	ϕ_a	λ_a
54/604	6°24'28"1857	20°16'54"3772
53/110	6°36'08"0834	20°50'26"3192
53/109	6°56'14"7531	20°46'53"3322
53/128	7°04'17"5840	21°03'30"2224
52/37	7°01'09"3034	21°25'33"9268
52/25	6°54'58"9776	21°44'34"1710
52/24	6°51'43"7006	21°58'41"1995
52/23	6°35'22"1379	21°58'51"9356
52/33	6°24'52"5146	22°02'20"5952
48/04	6°14'07"5905	22°06'08"9344
47/16	6°06'44"5874	22°39'57"7097
47/18	6°04'26"1362	22°28'55"5749
47/12	6°07'04"3063	22°42'32"0927
47/08	6°10'41"6063	22°52'10"1560
47/04	6°08'52"5252	23°05'33"1532
CSK268	5°49'28"1253	23°30'09"0686

a) **Illustration du calcul de la déviation de la verticale sur Clarke 1880**

Exemple : Déterminer la déviation de la verticale au point 54/604-53/139

Solution

Connaissant les coordonnées géographiques (astronomiques et géodésiques) du repère 54/604. Nous possédons de calculer :

La différence entre φ_a et φ_g

$$\varepsilon = \varphi_a - \varphi_g = -6^{\circ}24'27''4596 + 6^{\circ}25'44''5847 = 1'17''1251$$

La différence entre λ_a et λ_g

$$\lambda_a - \lambda_g = 20^{\circ}16'54''6495 - 20^{\circ}16'30''9022 = 0'23''7473$$

$$\eta = (\lambda_a - \lambda_g) \cos \phi_m$$

$$= 0'23''7473$$

$$\cos \left(\frac{-6^{\circ}24'27''4596 - 6^{\circ}25'44''5847}{2} \right) = 23''5985$$

La déviation de la verticale

$$\theta = \varepsilon \cos Az + \eta \sin Az$$

$$= 1'17''1251 \cos 84^{\circ}52'58''6414 + 23''5985 \sin 84^{\circ}52'58''6414 = 30''3840$$

Par analogie, nous sommes arrivés à calculer pour tous les points de nos trois cheminements et cela dans les deux référentiels Clarke 1880 et WGS 84.

□ **Illustration du calcul des rayons de courbure**

Exemple Calculer le rayon de courbure du point 53/110 (sur Clarke 1880) avec comme coordonnées : $\phi_a = 6^{\circ}24'27''4596$ S; $\phi_g = 6^{\circ}25'39''1453$ S

Résolution :

$$\varphi_m = \frac{\varphi_a + \varphi_g}{2} = \frac{-6^{\circ}24'27''4596 - 6^{\circ}25'39''1453}{2} = -6^{\circ}25'03''3024$$

$$R = \frac{a\sqrt{1-e^2}}{1-e^2 \sin^2 \varphi_m} = \frac{6378137\sqrt{1-0,00669438}}{1-0,00669438 \sin^2(-6^{\circ}25'03''3024)} = 6357284,009 \text{ m}$$

Le rayon de courbure totale moyenne est déterminé par :

- **Clarke 1880**

$$R_m = \frac{\sum R}{3} = \frac{6357020,127 + 6357106,744 + 6357071,026}{3} = 6357065,965 \text{ m}$$

- **WGS – 84**

$$RT_m = (\Sigma R1/17 + \Sigma R2/16 + \Sigma R3/14)/3 = 6357298,563 \text{ m}$$

Calcul des corrections à apporter aux dénivelées brutes mesurées en nivellement géodésique

Exemple :

Déterminer les corrections à apporter aux dénivelées brutes mesurées en nivellement géodésique à la géodésique 54/604 – 53/139, sachant que les altitudes ortho métriques des points 54/604 et 53/139 sont respectivement 807 m et 743 m, la distance ellipsoïdale est égale à 36638,5801 m et R = 6357065,965m

Données

54/604 : H = 807 m
 53/139 : H = 743 m
 R = 6357065,965 m
 De = 36638,5801 m

Inconnue

$\Delta H = ?$

Exemple : Déterminer la pesanteur théorique sur WGS

1984 du repère 54/604 ($\varphi = 6^{\circ}25'39''1453$ S). a = 6378137 m b = 6356752,31 m $\alpha = 0,00335281$
 $m = 0,0034674$ GM = 398603 10^9

$$\delta E = \frac{-39860310^9}{(6378137)^2} \left[1 + 0,00335281 - \frac{3}{2} 0,0034674 + \frac{9}{4} (0,0034674)^2 + 0,00335281(0,00335281 - 2740,0034674) \right]$$

$$\delta E = -977,9844488 \text{ gals}$$

Solution

Calcul de Hm

$$Hm = (807+743)/2 = 775 \text{ m}$$

Calcul de ΔH

$$\Delta H = -K \left(\frac{\theta - \theta'}{2} \right)$$

$$K = De \left(1 + \frac{Hm}{R} \right)$$

$$K = 36638,5801 \left(1 + \frac{775}{6357065,965} \right) = 36643,04677 \text{ m}$$

$$\Delta H = -36643,04677 \left(\frac{30''3840 - 30''4026}{2} \right) = 0,001652149686 \text{ m}$$

$$\beta = \frac{5}{2} \times 0,0034674 - \frac{17}{14} (0,0034674 \times 0,00335281) - 0,00335281 = 0,00530157$$

$$\beta 1 = - \left(\frac{1}{8} 0,00335281^2 + \frac{1}{4} 0,00335281 \times 0,00530157 \right) = -5,84896 \cdot 10^{-6}$$

$$\delta o = -977,9844488 \left(1 + 0,00530157 \sin^2 (-6^{\circ}25'44''5848) - 5,84896 \cdot 10^{-6} \sin^2 (2 \times -6^{\circ}25'39''1453) \right)$$

$$\delta o = -978,049142 \text{ gals}$$

Par analogie, ces calculs ont été repris pour l'ensemble de nos trois cheminement.

Exemple : Déterminer la pesanteur réelle sur Clarke 1880 du repère 54/604 ($\varphi = 6^{\circ}24'27''4596$ S). a = 6378249, 20 m b = 6356515, 00 m , m = 0,0034674 et GM = 398603 10^9

$$\text{tg } \psi = \frac{b}{a} \text{tg } \varphi \Rightarrow \psi = \arctg \left[\frac{6356515}{6378249,20} \text{tg}(-6^{\circ}24'27''4596) \right] = -6^{\circ}23'09''5054$$

$$g_E = \frac{-GM}{a^2} (1 + 0,3e^2) + \omega^2 a$$

$$= \frac{-398603 \cdot 10^9}{6378249,20^2} (1 + 0,3 \times 0,006803487646) + \left(\frac{2\pi}{86160} \right)^2 \times 6378249,20$$

$$g_E = -978,4082289 \text{ gals}$$

$$g_P = \frac{-GM}{b^2} \left[1 - \frac{3(C-A)}{Mb^2} \right] = \frac{-GM}{b^2} (1 - \frac{3}{5} e^2), = -982,457468 \text{ gals}$$

$$|g| = \frac{g_P + g_E}{2} = 980,4328483 \text{ gals}$$

$$\beta = \frac{g_P - g_E}{|g|} = -0,00413005$$

$$g = g_E (1 + \beta \sin^2 \psi) = -978,4082289 [1 - 0,00413005 \sin^2 (-6^{\circ}23'09''5059)] = -978,358239 \text{ gals}$$

Cheminement I		Cheminement II		Cheminement III	
PTS	IgrI	PTS	IgrI	PTS	IgrI
54/604	978.358239	54/604	978.358239	54/604	978.358239
53/139	978.358454	54/603	978.355081	53/110	978.355172
53/114	978.358915	53/141	978.352394	53/109	978.349673
53/127	978.353005	53/112	978.347262	53/128	978.347398
53/132	978.350703	53/145	978.344955	52/37	-978.34829
52/30	978.353524	53/134	978.346065	52/25	978.350025
52/35	978.355486	52/36	978.347761	52/24	978.35093
52/34	978.357244	52/13	978.349695	52/23	978.355374
48/10	978.360944	52/11	978.3519	52/33	978.358132
48/06	978.362713	52/10	978.354323	48/04	978.360881
48/09	978.366668	52/17	978.354743	47/16	978.362724
48/01	978.367176	48/02	978.355812	47/18	978.363294
50/45	978.366499	47/17	978.355628	47/12	978.362643
58/636	978.365874	47/14	978.357583	47/08	978.361741
47/06	978.36621	47/09	978.358648	47/04	978.362194
47/05	978.366711	51/46	978.35855	CSK268	978.366893
CSK268	978.366893	47/01	978.363195		
		CSK268	978.366893		

Exemple : Soit à déterminer la correction à apporter à la pesanteur théorique au point 54/604 de $\delta_0 = 978,06683$ gals et $h = 807$ m $R = 6357065,965$ m

Résolution : $\delta M' = \delta_0 \left(1 - 2 \frac{h}{R}\right) = 978,06683 \left(1 - 2 \frac{807}{6357065,965}\right) = 977,8185$ gals

Exemple : soit à calculer l'anomalie de la pesanteur au point 54/604, sachant que les valeurs de pesanteurs théorique et réelle sont respectivement égales à 977.8185 gals et 978.358239 gals

Données $g_r = 978.358239$ gals et $\delta M' = 977.8185$ gals

Inconnue

$\Delta g = ?$

Solution

$\Delta g = g_r - \delta M'$

$\Delta g = g_r - \delta M' = 978,358239 - 977,8185 = 0,539731$ gals

Tableaux des pesanteurs théoriques corrigées à l'air libre et des anomalies de pesanteurs

a) sur Clarke 1880

Cheminement I

PTS	δ_0	H(m)	R(m)	$\delta M'$	g_r
54/604	978.06683	807	6357065.97	977.818508	978.35823
53/139	978.066603	743	6357065.97	977.837974	978.35845
53/114	978.065885	640	6357065.97	977.86895	978.35891
53/127	978.073032	687	6357065.97	977.861634	978.35300
53/132	978.07572	747	6357065.97	977.845858	978.35070
52/30	978.071718	789	6357065.97	977.828933	978.35352
52/35	978.06909	799	6357065.97	977.823229	978.35548
52/34	978.066741	786	6357065.97	-977.82488	978.35724
48/10	978.061835	780	6357065.97	977.821822	978.36094
48/06	978.05944	722	6357065.97	977.837275	978.36271
48/09	978.054216	641	6357065.97	977.856976	978.36666
48/01	978.053435	688	6357065.97	977.841734	978.36717
50/45	978.053669	712	6357065.97	977.834582	978.36649
58/636	978.054174	766	6357065.97	977.818471	978.36587
47/06	978.053679	731	6357065.97	977.828746	978.36621
47/05	978.052938	636	6357065.97	977.857237	978.36671
CSK268	978.052799	849	6357065.97	977.791557	978.36689

b) Sur WGS 84

Cheminement I

PTS	δ_0 (gals)	H(m)	R(m)	$\delta M'$ (gals)	g_r (gals)	Δg (gal)
54/604	978,049142	807	6357298,56	977,800834	978,360892	0,56005781
53/139	978,048865	743	6357298,56	977,820249	978,361107	0,54085791
53/114	978,048272	640	6357298,56	977,851349	978,361566	0,51021781
53/127	978,055897	687	6357298,56	977,844511	978,355671	0,51116023
53/132	978,058867	747	6357298,56	977,829018	978,353375	0,52435674
52/30	978,05523	789	6357298,56	977,812459	978,356189	0,54373029
52/35	978,052701	799	6357298,56	977,806853	978,358146	0,5512927
52/34	978,050433	786	6357298,56	977,808585	978,3599	0,5513144
48/10	978,04566	780	6357298,56	977,80566	978,363591	0,55793055
48/06	978,043379	722	6357298,56	977,821226	978,365355	0,54412954
48/09	978,038276	641	6357298,56	977,841047	978,369301	0,52825408
48/01	978,037623	688	6357298,56	977,825932	978,369807	0,54387427
50/45	978,038497	712	6357298,56	977,819422	978,369132	0,54971007
58/636	978,039304	766	6357298,56	977,803614	978,368508	0,56489491
47/06	978,038872	731	6357298,56	977,81395	978,368843	0,55489311
47/05	978,038225	636	6357298,56	977,842534	978,369344	0,5268095
CSK268	978,037991	849	6357298,56	977,776763	978,369525	0,59276227

Par analogie, nous sommes arrivés à calculer aussi pour les autres cheminements et cela dans les deux référentiels Clarke 1880 et WGS 84.

Calcul de l'écart N1 relatif au premier Cheminement

□ **Sur Clarke 1880**

a. Données : 54/604 ($\phi_m = 6^{\circ}25'06''0222$ S, $\lambda_m = 20^{\circ}16'42''7755$ E) 54/139 ($\phi_m = 6^{\circ}24'20''4053$ S, $\lambda_m = 20^{\circ}36'10''5230$ E)

b. Résolution :

L'ondulation moyenne est déterminée par la formule de Stokes qui tient en compte le rayon de courbure (R), l'anomalie de la pesanteur Δg , la fonction variée de la latitude géocentrique $f(\psi)$, la pesanteur théorique δM et la variation des azimuts $d\alpha$.

$$N = \frac{R \Delta g f(\psi) d\alpha}{4\pi \delta M} \quad R = 6357065,965 \text{ m}, \Delta g = 0,539731 \text{ m} \text{ et } \delta M = 977,8185 \text{ gals}$$

Calcul de l'altitude géocentrique par la formule fondamentale du triangle sphérique.

$$\cos \psi = \sin \phi_1 \sin \phi_2 + \cos \phi_1 \cos \phi_2 \cos \Delta \lambda$$

$$\Psi = 0^{\circ}19'21''3389$$

$$d\alpha = Az_2 - Az_1 = 264^{\circ}52'06''9575 - 84^{\circ}52'58''6414 = 179^{\circ}59'08''3155$$

$$= 3,14134208 \text{ rad}$$

Calcul de la primitive de l'intégrale $\int f(\psi) \sin \psi d\psi$

$$F(\psi) = 1/2 \left[1 + 4 \sin \frac{\psi}{2} - \cos \psi - 6 \sin^3 \frac{\psi}{2} - \frac{7}{4} \sin^2 \psi - \frac{3}{2} \sin^2 \psi \ln(\sin \frac{\psi}{2} + \sin^2 \frac{\psi}{2}) \right]$$

Après remplacement et calcul $F(\psi) = 0,00573356$

Calcul de N1 :

$$N_1 = \frac{6357065,965 \times 0,539731 \times 0,00573356 \times 3,14134208}{4 \times \pi \times 977,8185} = 5,02927426 \text{ m}$$

D'une façon analogue, nous avons déterminé respectivement $N_2 = -3,28410188$ m et $N_3 = 11,9726850$ des cheminements II et III, ainsi que les ondulations de nos cheminements sur WGS84 : $N1 = 5,09841394$ m, $N2 = -3,27418897$ m et $N3 = 12,3804343$ m.

Calcul de l'écart probable

Après la détermination des écarts au repères 54/604 suivant les différents cheminements, l'écart le plus probable (ce que nous allons considérer), est déterminé par la moyenne pondérée dont l'expression est la suivante :

$$N = \frac{N1P1 + N2P2 + N3P3}{P1 + P2 + P3}$$

Avec $P = 1/S^2$ et S = distance de la géodésique partant du point initial 54/604 jusqu'aux points considérés (54/139, 54/603 et 53/110).

a) Sur Clarke 1880

Cheminements	N(Km)	S(Km)	P	N*p(m)
I	5.02927426	36.63858014	0.001489885	0.00749304
II	-3.28410188	24.35052351	0.003372977	-0.0110772
III	11.972685	65.16056904	0.000471043	0.005639646
		Σ	0.005333905	0.002055485

$$N = \frac{\sum NP}{\sum P} = 0,38536218 \text{ m}$$

La hauteur ellipsoïdale du repère 54/604 est alors :

$$he = H + N = 807 \text{ m} + 0,38536218 \text{ m} = 807,38536218 \text{ m}$$

b) Sur WGS – 84

Cheminevements	N(Km)	S(Km)	P	N*p(m)
I	5,09841394	36,63858014	0,001489885	0,00759605
II	-3,27418897	24,35052351	0,003372977	-0,01104376
III	12,3804343	65,16056904	0,000471043	0,00583171
		Σ	0,005333905	0,002384

$$N = \frac{\sum NP}{\sum P} = 0,44695186 \text{ m}$$

La hauteur ellipsoïdale du repère 54/604 est alors :

$$he = H + N = 807 \text{ m} + 0,44695186 \text{ m} = 807,44695186 \text{ m}$$

Calcul de l'altitude ellipsoïdale la plus probable du repère CSK 268

□ **Sur Clarke 1880**

Cheminevements	he(brute)	S(Km)	P	he*p(m)
I	860,4777975	481,081658	8,64156E-06	0,007435875
II	854,104087	549,679178	6,61929E-06	0,005653563
III	854,0914443	526,943728	7,2028E-06	0,006151852
			2,24637E-05	0,01924129

$$he \text{ probable de CSK268} = \frac{\sum heP}{\sum P} = 856,552 \text{ m}$$

□ **Sur WGS – 84**

Cheminevements	he(brute)	S(Km)	P	he*p(m)
I	871,757019	481,081658	8,64156E-06	0,007533345
II	869,394796	549,679178	6,61929E-06	0,005754776
III	863,343502	526,943728	7,2028E-06	0,006218493
			2,24637E-05	0,019506614

$$he \text{ probable de CSK268} = \frac{\sum heP}{\sum P} = 868,36322 \text{ m}$$

Par analogie, nous sommes arrivés à calculer aussi pour les cheminevements II et III et cela dans les deux référentiels Clarke 1880 et WGS 84.

Passage des coordonnées ellipsoïdales aux coordonnées trirectangulaires liées à l'ellipsoïde de référence.

Exemple : déterminer la grande normale et les coordonnées trirectangulaires au point 54/604

Données : $\phi = 6^{\circ}25'44''5841 \text{ S}$, $\lambda = 20^{\circ}16'30''9014 \text{ E}$ et $he = 807,3853622 \text{ m}$ $a = 6378249,20 \text{ m}$ $b = 6356515,00 \text{ m}$ $e^2 = 0,006803488$

Résolution :

$$N = \frac{6378249,20}{\sqrt{1 - 0,006803488 \sin^2(-6^{\circ}25'44''5841)}} = 6378521,50 \text{ m}$$

$$X = (N + he) \cos\phi \cos\lambda = (6378521,50 + 807,3853622) \cos(-6^{\circ}25'44''5871) \cos 20^{\circ}16'30''9014$$

$$X = 5946425,10 \text{ m}$$

$$Y = (N + he) \cos\phi \sin\lambda = (6378521,50 + 807,3853622) \cos(-6^{\circ}25'44''5871) \sin 20^{\circ}16'30''9014$$

$$Y = 2196729,796 \text{ m}$$

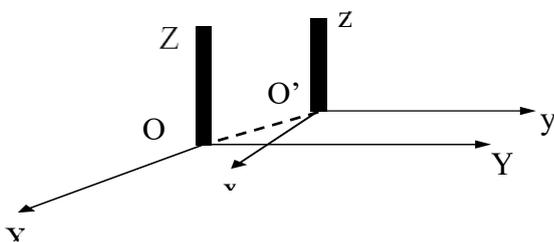
$$Z = \left(\frac{Nb}{a^2} + he \right) \sin^2 \varphi = \left(\frac{6378521,50 \times 6356515^2}{6378249,20^2} + 807,3853622 \right) \sin^2 (-6^\circ 25' 44'' 5871)$$

$$Z = -709452,0894 \text{ m.}$$

Par analogie, nous sommes arrivés à calculer aussi pour tous les points de nos trois cheminements et cela dans les deux référentiels Clarke 1880 et WGS 84.

4.2.1. Transformation matricielle

Ces deux repères ont leurs axes des Z sensiblement parallèles mais non rigoureusement du fait des erreurs concernant les mesures astronomiques au point fondamental du système géodésique. (Mbutabuba, 2014)



Le passage d'un repère à l'autre doit inclure :

- Une translation en amenant le centre w de l'ellipsoïde au centre des masses de la terre ;
- Une rotation que l'on décompose généralement en trois petites rotations autour de 3 axes OX, OY, OZ et qui amènent les deux trièdres en coïncidence ;
- Une homothétie pour tenir compte des erreurs de mise à l'échelle du réseau géodésique et du système d'altitude.

$$\begin{bmatrix} X2 \\ Y2 \\ Z2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Tx \\ Ty \\ Tz \end{bmatrix} + RE \begin{bmatrix} X1 \\ Y1 \\ Z1 \end{bmatrix}$$

Dans cette transformation matricielle dite d'Helmert, nous avons les éléments suivants :

R : élément de rotation Où, $R = R_{EX} \cdot R_{EY} \cdot R_{EZ}$;

E : élément homothétique ; T : élément de translation.

Après le développement de la relation matricielle :

$$\begin{bmatrix} X2 \\ Y2 \\ Z2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X1 \\ Y1 \\ Z1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Tx + Dx1 - eyz1 + ezy1 \\ Ty + Dy1 - exx1 + ezx1 \\ Tz + Dz1 - exy1 + ezy1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X2 \\ Y2 \\ Z2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X1 \\ Y1 \\ Z1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & X1 & 0 & -Z1 & Y1 \\ 0 & 1 & 0 & Y1 & Z1 & 0 & -X1 \\ 0 & 0 & 1 & Z1 & -Y1 & X1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Tx \\ Ty \\ Tz \\ D \\ ex \\ ey \\ ez \end{bmatrix}$$

Détermination Des Paramètres De Transformations De L'Ellipsoïde Clarke 1880 A L'Ellipsoïde WGS – 84 : Cas De La Portion Comprise Entre TSHIKAPA Et DIMBELENGE Sur l'Arc Congolais De 6ème Parallèle Sud

Avec $\Delta X = X_2 - X_1$, $\Delta Y = Y_2 - Y_1$, $\Delta Z = Z_2 - Z_1$

Nous pouvons simplifier l'écriture matricielle précédente de la manière suivante :

$$\begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & X_1 & 0 & -Z_1 Y_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & Y_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -X_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \\ D \\ \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \end{bmatrix}$$

Au regard de matrice, il y a 7 paramètres inconnus qui interviennent pour le passage des coordonnées de l'ellipsoïde de Clarke 1880 pour ceux de WGS 84 ou inversement.

- Trois inconnues linéaires pour la translation ; T_x , T_y et T_z ;
- Trois inconnues angulaires pour la rotation ; ϵ_x, ϵ_y et ϵ_z ;
- Un facteur d'homothétie : D

Exemple : soit à calculer les paramètres de transformation du point 54/604

Clarke 1880 : 54/604 : X= 5946424,74 m Y= 2196729,66 m Z = - 709458,742 m

WGS – 84 : 54/604 : X= 5946372, 8 m Y= 2196591, 28 m Z = -709350,996 m

Solution

$\Delta x = 51.94$ m $\Delta y = 138,38$ m $\Delta z = -107.746$ m

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 5946372.8 & 0 & 709350.996 & 2196591.28 \\ 0 & 1 & 0 & 2196591.28 & -709350.996 & 0 & -5946372.8 \\ 0 & 0 & 1 & 709350.996 & -2196591.28 & 5946372.8 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \\ D \\ \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 51.94 \\ 138.38 \\ -107.746 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 5946372.8 & 0 & 709350.996 & 2196591.28 \\ 0 & 1 & 0 & 2196591.28 & -709350.996 & 0 & -5946372.8 \\ 0 & 0 & 1 & 709350.996 & -2196591.28 & 5946372.8 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 5946372.8 & 2196591.28 & 709350.996 \\ 0 & 709350.996 & 2196591.28 \\ 709350.996 & 0 & 5946372.8 \\ 2196591.28 & -5946372.8 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \\ D \\ \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 5946372.8 & 2196591.28 & 709350.996 \\ 0 & 709350.996 & 2196591.28 \\ 709350.996 & 0 & 5946372.8 \\ 2196591.28 & -5946372.8 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 51.94 \\ 138.38 \\ -107.746 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 4.06875 E13 & 0 & 0 \\ 0 & 4.06875 E13 & 0 \\ 0 & 0 & 4.06875 E13 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \\ D \\ \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 5946372.8 & 2196591.28 & 709350.996 \\ 0 & 709350.996 & 2196591.28 \\ 709350.996 & 0 & 5946372.8 \\ 2196591.28 & -5946372.8 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\times \begin{bmatrix} 51.94 \\ 138.38 \\ -107.746 \end{bmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} TX \\ TY \\ TZ \\ D \\ \varepsilon X \\ \varepsilon Y \\ \varepsilon Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 5946372.8 & 2196591.28 & 709350.996 \\ 0 & 709350.996 & 2196591.28 \\ 709350.996 & 0 & 5946372.8 \\ 2196591.28 & -5946372.8 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2.46E-14 & 0 & 0 \\ 0 & 2.46E-14 & 0 \\ 0 & 0 & 2.46E-14 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 51.94 \\ 138.38 \\ -107.746 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} TX \\ TY \\ TZ \\ D \\ \varepsilon X \\ \varepsilon Y \\ \varepsilon Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.46 \times 51.94 \times 10^{-4} \\ 2.46 \times 138.38 \times 10^{-4} \\ 2.46 \times -107.746 \times 10^{-4} \\ 0.00002 \\ 0.00000034 \\ -0.00001 \\ -0.00002 \end{pmatrix}$$

En observant la réponse trouvée dans cet exemple, nous remarquons que les paramètres de rotation ainsi celui d'homothétie sont des quantités infiniment petites, quasiment nuls.

Le tableau de DUQUENNE ci-dessous vient en appui pour se rendre compte de la petitesse de ces paramètres (rotations et homothétie).

SG1	SG2	Tx(m)	Ty (m)	Tz (m)	D (10 ⁻⁶)	$\varepsilon x''$	$\varepsilon y''$	$\varepsilon z''$
WGS84	TH	+168	+60	-320	0	0	0	0
ITRF92	WGS84	0,072	-0,507	-0,245	-0,00891	0,0183	+0.003	-0,0070
ITRF51	ITRF92	-0,011	-0,014	-0,006	-0,0014	0	0	0
MTF	ED50	-84	+37	+437	0	0	0	0

Eu égard de ce qui précède, notre matrice se réduit aux calculs de seuls paramètres de translation et devient :

$$\begin{bmatrix} X2 \\ Y2 \\ Z2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X1 \\ Y1 \\ Z1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Tx \\ Ty \\ Tz \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} X2 \\ Y2 \\ Z2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} X1 \\ Y1 \\ Z1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Tx \\ Ty \\ Tz \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} X2 - X1 \\ Y2 - Y1 \\ Z2 - Z1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Tx \\ Ty \\ Tz \end{bmatrix}$$

Calcul des paramètres de translation

Les paramètres de transformation de translation de la zone d'étude est

la moyenne arithmétique des écarts linéaires obtenus :

- $T_x = \frac{1}{47} \sum_{n=1}^{47} \Delta X = 17.6916682\text{m}$
- $T_y = \frac{1}{47} \sum_{n=1}^{47} \Delta Y = 61.5073155\text{m}$
- $T_z = \frac{1}{47} \sum_{n=1}^{47} \Delta Z = -24.64177475\text{m}$

4.4. Calcul des résidus

Les résidus sont calculés par l'expression suivante :

$$V_x = M_x - \Delta X$$

$$V_y = M_y - \Delta Y$$

$$V_z = M_z - \Delta Z$$

Où ; $M_x = T_x$, $M_y = T_y$ et $M_z = T_z$

Calcul d'Emq et Résultat final

	Vi	$\sum vi^2$	n-1	$(\sum vi^2/n-1)^{1/2}$
vx	1.13254	1.28264685	50	0.16016534
vy	-1.50981031	2.27952718	50	0.21351942
vz	1.14330751	1.30715206	50	0.1616881

- Tx = 17.6916682m ± 0.160165 m
- Ty = 61.5073155 m ± 0.21351942 m
- Tz = -24.64177475m ± 0.161688 m

Tx(m)	Ty (m)	Tz (m)	D (10 ⁻⁶)	$\epsilon x''$	$\epsilon y''$	$\epsilon z''$
+17.6916682	61.5073155	-24.6417747	0	0	0	0

IV. CONCLUSION

Le sujet que nous avons traité, est un travail délicat et laborieux qui en réalité demande dans son élaboration des logiciels efficaces pour qu'on atteigne l'objectif voulu sans aucune crainte. Toutes fois, nous sommes arrivés à déterminer :

- Les rayons de courbures totales moyens qui sont de 6357298,56m sur WGS 84 et 6357065,965 m sur Clarke1880 ;
- L'ondulation moyenne ou l'écart entre le géoïde et l'ellipsoïde de Clarke1880 égale à 0,38536218 m ;
- L'ondulation moyenne entre le géoïde et l'ellipsoïde WGS84 égale à 0,44695186 m

Ces ondulations nous ont été importantes dans le calcul des altitudes ellipsoïdales. Nous avons aussi calculé les coordonnées trirectangulaires de tous les repères de nos trois cheminements tout en nous référant à nos deux ellipsoïdes de référence (WGS-84 et Clarke 1880). Grâce à ces coordonnées, nous sommes arrivés à calculer les paramètres de transformation pour passer de l'ellipsoïde WGS-84 à l'ellipsoïde Clarke1880 et vice versa,

Pour ce faire la science nous présente bien des méthodes des calculs de ces paramètres parmi ces différentes méthodes nous avons porté notre choix sur celle développée par Bursa Wolf dénommée Similitude 3D car elle présente l'avantage de pouvoir être utilisée dans les deux sens (les mêmes sept paramètres servent de transformer des coordonnées exprimées dans le système A vers B et inversement tout en changeant le signe). C'est ainsi que nous sommes arrivés à trouver les paramètres de translations suivants :Tx = 17.6916682m ± 0.160165 m ; Ty = 61.5073155 m ± 0.21351942 m et Tz = -24.64177475m ± 0.161688 m, tout en démontrant aussi la petitesse des autres paramètres.

Ainsi, nous demandons aux institutions dont la tâche d'homogénéiser le réseau géodésique leur est réservée, à cause de sa délicatesse relative aux longs calculs, de pouvoir initier un projet national en vue de déterminer les paramètres de transformations entre les différents réseaux de l'espace national.

REFERENCE

[1] MEEEX. P, L'arc congolais du sixième parallèle Sud, Institut Géographique du Congo, Aout 1962.
 [2] Maury. J, Triangulation du Katanga, Bruxelles,1931
 [3] J Vander Staem, Triangulation du Katanga, Bruxelles, 1955

- [4] Monographie du Bandundu, Octobre 2010
- [5] Géologie du Congo Belge, H. Vaillant Carmame, Liège 1954
- [6] Quelques particularités de méthodes de calcul en usage à l'IGC
- [7] Monge Henri, Eléments de géodésie ; Triangulation et nivellement, I.G.N, Paris, Aout 1997
- [8] Monge Henri, Eléments de Géodésie, Fascicule, Paris, Mai 1977
- [9] Levallois. J, Champ de pesanteur, Géodésie Générale 1970
- [10] Boucher, les transformations géométriques entre les systèmes géodésiques, paris, I.G.M .1979
- [11] Fabien Guerreiro, fiche d'aide à Arc Gis 10.x, révision juillet 2012
- [12] Dictionnaire Robert. 2010
- [13] Lexique topographique 1991
- [14] Mbutabuba, Approche du Géoïde du Zaïre, Travail de fin d'études, septembre 1993
- [15] Wikipédia