International Journal of Progressive Sciences and Technologies (IJPSAT)
ISSN: 2509-0119.

Vol. 31 No. 2 March 2022, pp. 250-277

Traduction De La Rigidité De La Pauvreté En Termes de Mesure : Approche Par La Logique Floue

Pr. RAZAFINDRAVONONA Jean[1] and Dr. TSIENGENY Jocelyn[2]

[1,2]Université d'Antananarivo

Résumé – L'intérêt de notre recherche était de capter le comportement de résistance à la baisse de la pauvreté dans la méthode de mesure afin que celle-ci soit la plus réaliste possible. Il convient de rappeler qu'une telle mesure dévoile l'illusion qui pourrait exister dans l'évolution du phénomène de pauvreté, et permet d'avoir plus de précision pour les différentes actions à mener quant à son éradication.

Différentes sortes de mesures floues et/ou axiomatiques ont été utilisées dans la littérature, mais aucune d'entre elles ne répond à notre préoccupation. En effet, l'intérêt de notre recherche était de capter le comportement de résistance à la baisse de la pauvreté dans la méthode de mesure afin que celle-ci soit la plus réaliste possible. Il convient de rappeler qu'une telle mesure dévoile l'illusion qui pourrait exister dans l'évolution du phénomène de pauvreté, et permet d'avoir plus de précision pour les différentes actions à mener quant à son éradication.

Mots clefs –: Pauvreté, Résistance, Mesures Floues.

I. Introduction

Depuis l'époque du Moyen Âge, la lutte contre la pauvreté a été une priorité des organisations et institutions destinées à servir la population. Cela s'est traduit, à travers différentes formes d'œuvres de bienfaisance, notamment de la part des organisations religieuses, souvent répliquées par les Rois, les Princes ou les communes. Cette lutte s'est progressivement transformée en programmes publics mis en place par l'Etat, lesquels sont relatés dans les différents rapports officiels aussi bien internationaux que nationaux.

Compte tenu de l'ampleur du phénomène, les organismes internationaux sont également érigés dans la lutte contre la pauvreté à partir des années 1990. Jusqu'ici, les actions ont davantage été axées sur l'aspect économique, partant du postulat que la croissance économique permettra une réduction de la pauvreté. Ces actions ont été menées dans le cadre des Programmes d'Ajustement Structurel (PAS) du Fonds Monétaire International (FMI). Néanmoins, elles n'ont pas eu les effets escomptés. En effet, malgré une croissance économique positive observée dans certaines régions du monde, la pauvreté n'a pas diminué de façon proportionnelle (exemple de l'Afrique subsaharienne, de l'Amérique latine et de l'Asie du Sud). Une nouvelle orientation de la politique de développement a été opérée à la fin des années 1990, en intégrant le volet social, plus particulièrement les domaines de la santé et de l'éducation.

Les actions menées dans les domaines sociaux devraient permettre de réduire la pauvreté en allégeant certaines charges des ménages les plus pauvres et en leur procurant un revenu supplémentaire qui contribuera à l'amélioration de leurs conditions de vie. Cependant, en considérant les données de la Banque Mondiale sur le ratio de la population pauvre disposant de moins de 1,90 USD par jour de 1990 à 2013, il ressort de cela que la pauvreté a connu une baisse tendancielle sur cette période, bien que cette baisse reste relativement modérée à 1 point de pourcentage par an. En effet, l'incidence de la pauvreté reste relativement élevée surtout dans les pays à faible revenu malgré les mesures prises depuis les années 1990. Comment peut-on expliquer les difficultés rencontrées dans la lutte contre la pauvreté malgré les nombreuses mesures et initiatives engagées depuis 30 ans ? Plusieurs théories tentent de décrire les différents facteurs qui peuvent expliquer ce phénomène.

Ragnar Nurkse (1953) [Cité par Brasseul et Lavrard-Meyer (2016)] a avancé l'explication d'un « cercle vicieux » de la pauvreté, en postulant que la population pauvre, disposant d'un revenu faible, n'est pas en mesure de se constituer une épargne. La faiblesse de l'épargne entraînerait celle de l'investissement, ce qui engendrerait par conséquent la faiblesse de la production.

Selon Ragnar Nurkse, c'est ce « cercle vicieux » qui expliquerait le sous-développement, et donc la pauvreté.

Dans le même ordre d'idée, la théorie de la « trappe à pauvreté » suppose que l'existence de mécanismes entraînant un « cercle vicieux » peut conduire à un déclin économique lorsque l'économie est initialement sous un certain seuil de développement (Berthelemy et Varoudakis, 1996). Pour Azariadis et Stachurski (2004), la trappe à pauvreté est un ensemble de mécanismes auxquels doivent faire face les pays pauvres et qui les empêchent de sortir de la pauvreté. Autrement dit, toute situation de pauvreté constitue en elle-même une cause directe de la pauvreté future.

Dans la théorie microéconomique néo-classique, le consommateur maximise son utilité sous contrainte budgétaire. Le consommateur, qu'il soit riche ou pauvre, réalise une combinaison de ses préférences entre plusieurs biens en intégrant ses contraintes budgétaires afin de déterminer les choix de consommation. Partant de l'hypothèse du cycle de vie proposée par Modigliani d'une part, et de la notion de revenu permanent introduite par Friedman d'autre part, l'agent rationnel optimise sa consommation en prenant en compte ce qui est susceptible de lui arriver dans l'avenir (INSEE, 1991). Ainsi, un agent pauvre qui n'a pas de visibilité sur son revenu futur exprimera sa consommation en fonction du faible niveau de son revenu.

Pour le sociologue Tarkowska (2011), après avoir fait une expérience biographique de la pauvreté a conclu que le fait d'avoir connu la pauvreté durant son enfance représente pour lui une expérience de vie fondamentale qui a construit sa personnalité et a déterminé son regard sur le monde et la société actuelle.

A travers ces différents points de vue, il semble évident que la pauvreté est un phénomène difficile à combattre. Ainsi, ces différents facteurs de résistance sont des éléments dont il faut tenir compte au moment d'appréhender le phénomène de pauvreté, ainsi que la façon de le mesurer. Cet article a été tiré des résultats de travail de thèse de Tsiengeny (2022).

II. LA RIGIDITE DE LA PAUVRETE

Dans la littérature, très peu de documents parlent de la rigidité à la baisse de la pauvreté ou emploient ce terme, alors que les écrits décrivent cet état. Le seul document disponible qui aborde clairement le sujet était l'écrit de Carneiro, F. G. and Sirtaine, S. (2017) qui s'intitule « *When Growth Is Not Enough : Explaining the Rigidity of Poverty in the Dominican Republic* » titre traduit en français par « Quand la croissance n'est pas suffisante : Explication de la rigidité de la pauvreté en République dominicaine ». Les résultats de leur recherche concluent que la République dominicaine se distingue par une économie en croissance rapide, mais qui n'a pas été en mesure de réduire le taux de pauvreté du pays au même rythme. Trois raisons ont déjà été évoquées pour l'expliquer :

(i). Un marché du travail qui ne traduit pas les gains de productivité en augmentations de salaire;

(ii). Une économie domestique avec des liens intersectoriels faibles; et

(iii). Un secteur public qui ne s'engage pas assez et ne fait pas des efforts budgétaires suffisants pour réduire la pauvreté.

En outre, le pays reste largement exposé aux catastrophes naturelles et aux chocs exogènes qui, à défaut des actions d'atténuation, risquent d'affecter la durabilité de la croissance à moyen et à long terme.

Bien que le titre de la publication laisse supposer que la rigidité de la pauvreté proviendrait uniquement d'une faible croissance économique, il a été prouvé durant l'étude que d'autres facteurs peuvent expliquer ce phénomène, tels que le faible engagement de l'Etat et les chocs extérieurs. Le revenu reste au cœur de ces différents facteurs. Il en ressort que la pauvreté par rapport au revenu, ou pauvreté mesurée en fonction du revenu à travers la consommation, en tant que mesure unidimensionnelle est également rigide à la baisse. Ceci vient du fait que le niveau de revenu s'explique aussi par d'autres facteurs tels que le prix et la productivité. Ces derniers dépendent à leur tour d'autres facteurs comme la technologie, le capital physique ou le capital humain qui englobe l'état de santé, le niveau d'éducation, etc.

Les facteurs de rigidité de la pauvreté peuvent être exogènes ou endogènes. Les facteurs exogènes ne dépendent pas du ménage ou de l'individu pauvre en soi. Ils sont généralement d'ordre macroéconomique et dépendent de l'état de développement du pays ou des actions entreprises par l'Administration. Les facteurs endogènes dépendent de la situation des ménages eux-mêmes.

a. Les facteurs d'ordre macroéconomique

Du cercle vicieux de la pauvreté

Ragnar Nurkse (1953)[1] est le fondateur de l'analyse en ce qui concerne les *« cercles vicieux »* de la pauvreté. Il a parlé d'un cercle vicieux de la pauvreté qui est entièrement d'ordre macroéconomique. Selon ses analyses, ce cercle, dont est victime actuellement les pays sous-développés, comprend trois phases : (i) faiblesse de l'épargne, (ii) faiblesse de l'investissement, et (iii) faiblesse de la production, et inclut également les influences de cause à effet qui les relient. En effet, la faiblesse de la production cause celle de l'épargne, la faiblesse de l'épargne cause celle de l'investissement et la faiblesse de l'investissement cause celle de la production. Tous ces phénomènes se présentent essentiellement au niveau national. Autrement dit, la pauvreté se traduit par un faible revenu, ce qui ne permet pas d'épargner ou d'épargner peu. La faible accumulation de capital qui en résulte ne permet pas d'accroître la productivité, et donc les revenus. Nurkse préconise un apport de capitaux étrangers pour pouvoir rompre ce cercle vicieux.

Brasseul, J. et Lavrard-Meyer, C. (2016) ont étendu l'analyse de Nurkse aux causes du sous-développement. Pour ces auteurs, le sous-développement s'entretient de lui-même, car les pays pauvres ne parviennent pas à sortir d'une série de cercles vicieux, qu'on peut schématiser de la façon suivante :

- Pauvreté → faibles revenus → faible épargne → faible investissement → capitaux insuffisants → faible productivité → faibles revenus, etc.
- Faibles revenus → alimentation insuffisante → faible productivité → faibles revenus, etc.
- Faibles revenus → faible demande→ marchés étroits → manque de débouchés → faibles investissements → faible productivité, etc.

La rupture de ces cercles vicieux peut être provoquée, selon Nurkse, par un apport de ressources extérieures qui va permettre d'accroître le stock de capital technique et donc la productivité, les revenus et la demande, et par là l'investissement interne, engageant ainsi les pays sur la voie du développement économique.

Cependant, cette analyse peut difficilement être considérée comme une explication du sous-développement, car elle lie directement la pauvreté au sous-développement, et inversement. Il s'agit plutôt d'une explication des difficultés rencontrées pour sortir de la pauvreté dans le contexte des pays les plus pauvres (Brasseul, J. et Lavrard-Meyer, C. 2016).

De la trappe à pauvreté

Les auteurs avancent que d'autres explications sont liées à la notion de « Trappe à pauvreté » ou « piège à pauvreté ». La trappe à pauvreté est un ensemble de mécanismes par lesquels les pays pauvres commencent pauvres et restent pauvres (Azariadis et Stachurski, 2004). La pauvreté engendre la pauvreté, de sorte que la pauvreté actuelle est elle-même une cause directe de la pauvreté future.

Ces auteurs ont appuyé leur démonstration à l'aide du modèle de croissance de Solow, et ont fait apparaître trois types de pièges à pauvreté :

- Un piège dû au comportement d'épargne : selon Solow, un pays est pauvre parce que son taux d'épargne (d'investissement) est faible.

  On peut penser que si ce pays était plus riche, les agents pourraient consacrer une part plus importante de leur revenu à l'épargne.
- Un piège dû au comportement de fécondité : selon Solow un pays est pauvre parce que son taux de croissance de la population est élevé. La raison réside dans le fait qu'il n'y a pas de systèmes de protection sociale et qu'avoir beaucoup

[1] Cité par Brasseul, J. et Lavrard-Meyer, C. (2016) : Les causes du sous-développement.

d'enfants est perçu comme un moyen de s'assurer une retraite. Mais, éduquer des enfants coûte cher et on peut choisir dès lors d'en faire moins. Là encore, il est raisonnable de penser que si les pauvres avaient des revenus plus confortables, alors ils n'auraient pas autant d'enfants.

- Un piège dû à la technologie : un pays pauvre peut avoir, à la base, une technologie limitée et acquérir, au cours de son développement, une technologie plus élaborée. Le fait de ne disposer que d'une technologie limitée enferme l'économie dans une trappe à pauvreté.

Dans tous les cas de trappe à pauvreté décrits précédemment, Azariadis et Stachurski (2004) trouvent que le plus simple pour sortir du cercle vicieux est de doter les économies en capital suffisant. C'est ce que l'on appelle le big-push. Selon Domar, toute aide, aussi minime soit-elle, aurait un effet positif sur le taux de croissance. Dans le modèle néoclassique, l'aide n'est efficace que si elle est supérieure au capital par tête de l'économie au moment où elle est octroyée.

Ainsi, il est nécessaire que le montant de l'aide soit relativement conséquent afin de pouvoir sortir un pays du cercle vicieux de la pauvreté. Ce type d'aide n'est pas facile à mettre en place étant donné que la plupart des bailleurs de fonds conditionnent l'octroi d'une aide à la soutenabilité et/ou à la solvabilité de la dette. Un pays pauvre sous-développé n'est souvent pas solvable.

b. Les facteurs d'ordre microéconomique

<u>De la psychologie des ménages pauvres</u>

Ballilana (2014) cite les résultats des travaux de Sendhil Mullainathan, professeur d'économie à Harvard, et d'Eldar Shafir, professeur de psychologie à l'Université de Princeton (New Jersey), qui stipulent que « l'échec relatif des programmes de lutte contre la pauvreté s'explique en grande partie par la mauvaise compréhension des effets de la pauvreté sur la psychologie des individus ». (Julie Battilana Professeure associée à la Harvard Business School dans le Journal le Monde, publié le 11 juin 2014).

D'après ces deux auteurs, si les populations les plus pauvres sont souvent peu réceptives aux programmes de vaccination, de prise en charge médicale ou encore d'éducation de leurs enfants, ce n'est pas tant à cause de barrières culturelles ou intellectuelles qu'en raison du manque de moyens qui accapare l'ensemble de leurs préoccupations et les empêchent de se projeter et se concentrer sur d'autres sujets. En d'autres termes, le souci de ne pas pouvoir assurer leurs besoins les plus élémentaires réduit la capacité des individus à prendre en compte l'ensemble des informations qu'ils reçoivent et à prendre leurs décisions en conséquence, les enfermant ainsi dans le cercle vicieux de la pauvreté.

Pour le sociologue Tarkowska (2011), après avoir fait une expérience biographique de la pauvreté, il a conclu que le fait d'avoir connu la pauvreté durant son enfance représente pour lui une expérience de vie fondamentale qui a construit sa personnalité et a déterminé son regard sur le monde et la société actuelle.

Kapuscinski (2008)[2] ajoute que : « La misère ne doit pas être due au fait qu'on n'ait pas mangé mais au fait qu'on ne soit pas respecté, qu'on soit humilié, traité avec dédain et mépris.

La pauvreté est une réalité sociale et un état d'esprit qui enferment celui qui a la certitude d'être pris au piège. La personne concernée n'a aucune idée de comment passer d'un état de pauvreté à un état d'aisance ». Cet auteur prête beaucoup d'attention au fait que les pauvres sont isolés dans le silence. La pauvreté est une impossibilité de s'exprimer. Les personnes vivant dans la pauvreté n'ont pas le droit à la parole, ils ne sont ni respectés ni tolérés.

L'ensemble des constats et analyses décrivent l'état de pauvreté comme étant un état difficile à gérer, et donc contre lequel il est difficile de lutter. La lutte contre la pauvreté peut provenir de deux catégories d'acteurs : les acteurs externes (l'administration et la société environnante) et les acteurs internes (les pauvres eux-mêmes). Les actions des acteurs externes sont indépendantes des ménages alors que les actions internes sont issues des propres initiatives des ménages. Cependant, les initiatives des ménages pourraient être motivées par d'autres facteurs.

[2] cité par Tarkowska (2011)

Du comportement de consommation des ménages pauvres

Dans la théorie microéconomique néo-classique, le consommateur maximise son utilité sous contrainte budgétaire. Le consommateur, qu'il soit riche ou pauvre, réalise une combinaison de ses préférences entre plusieurs biens et des contraintes de budget pour déterminer ses choix de consommation.

L'analyse de la consommation d'inspiration néo-classique fait traditionnellement référence à deux notions : d'une part l'hypothèse du cycle de vie proposée par Modigliani, et d'autre part la notion de revenu permanent introduite par Friedman.

L'hypothèse du cycle de vie schématiquement présentée exprime simplement le fait que l'individu rationnel prend en compte dans ses décisions de consommation et d'épargne non seulement son revenu courant, mais également l'ensemble des flux de revenus qui lui parviendront dans le futur, et ce compte tenu de l'information dont il dispose à la date où il prend sa décision.

La conséquence la plus directe de cette hypothèse est que le montant de l'épargne au cours de la vie de l'agent est représenté par un profil en forme de cloche : il emprunte lorsqu'il est jeune, il rembourse et épargne lors de sa vie adulte puis il désépargne à l'âge de la retraite. Il résulte de ce comportement de substitution intertemporelle un lissage de la consommation. L'approche proposée par Friedman exprime simplement que la consommation ne doit pas être liée au revenu courant, mais au revenu permanent qui constitue une mesure intertemporelle plus juste que le revenu courant. De plus, le revenu permanent est construit à partir des anticipations de l'agent sur ses revenus futurs. Ces deux hypothèses sont les deux faces d'une même approche économique : l'agent rationnel optimise sa consommation en prenant en compte ce qui est susceptible de lui arriver dans l'avenir[3].

En prenant comme hypothèse que le ménage pauvre est rationnel, et agite suivant ces théories, alors il ne verrait pas sa consommation s'améliorer tant qu'il n'a pas de visibilité claire sur son futur revenu ou plus précisément sur son revenu permanent. Ainsi, même s'il bénéficie d'une aide, le ménage, s'il ne considère pas cette aide comme permanente, ne modifiera pas sa consommation qui restera stable. Alors que l'objectif initial est d'améliorer le niveau de consommation du ménage pauvre, on se rend compte que l'aide fournie ne remplit pas ce rôle. Elle est en fait utilisée par le ménage pour assurer la stabilité de ses consommations dans le futur. Par ailleurs, un choc exogène positif n'améliorerait pas le niveau de pauvreté du ménage à court terme, mais le garderait stable pendant un certain temps puis, si aucun nouveau choc n'advient, sa situation reviendrait alors à son niveau antérieur.

Une analyse empirique réalisée par Cardoso et Gardes (1996) sur des données pseudo-panel des ménages français sur les périodes 1979, 1984 et 1989 a démontré que l'évolution du niveau de la consommation s'accélère et s'avère nettement plus importante pour les ménages riches comparativement aux ménages pauvres pour lesquels il existe une certaine inertie des consommations au cours de leur cycle de vie.

En prenant en compte les différents points de vue, théories et résultats empiriques, nous pouvons conclure qu'il semble difficile de sortir de la pauvreté si cela ne dépend que du propre effort dudit ménage, d'où la ***« rigidité à la baisse de la pauvreté »***. De même, pour éradiquer la pauvreté, la survenance de facteurs extérieurs (exogènes) positifs qui engendreraient la certitude d'un avenir meilleur, et donc d'un revenu permanent plus élevé, est indispensable.

A travers ces différents points de vue, il semble évident que la pauvreté est un phénomène difficile à combattre. Ainsi, ces différents facteurs de résistance sont des éléments dont il faut tenir compte au moment d'appréhender le phénomène de pauvreté, ainsi que la façon de le mesurer.

Autrement, pour mesurer la pauvreté, il faudrait se baser sur l'ensemble des connaissances que nous avons sur ce phénomène, notamment les facteurs de résistance à la baisse de la pauvreté. Cela revêt une importance particulière. En effet, si nous ne parvenons pas à mesurer correctement la pauvreté, alors nous risquons de mettre en place des politiques publiques qui ne sont pas efficaces. De plus, une méthode de mesure de la pauvreté inadaptée induit en erreur les dirigeants par rapport à la détermination des résultats escomptés. Quelle que soit l'ampleur des actions entreprises, les mesures de l'impact des programmes de lutte contre la pauvreté resteront biaisées et ne reflèteront pas la réalité puisque certains aspects de la pauvreté ne sont pas reflétés dans les indicateurs sélectionnés. Nous constaterons donc un écart considérable entre les résultats attendus et les résultats constatés.

[3] Note de conjoncture de l'INSEE, février 1991.

Pour éviter les imprévus lors des phases de suivi-évaluation des actions publiques, nous proposons une approche qui reflètera au mieux la réalité, et qui permettra d'éclairer les instances dirigeantes dans le cadre de la prise de décision. L'objectif est d'adopter une méthode de mesure de la pauvreté capable de refléter au mieux la résistance à la baisse de la pauvreté. Les résultats théoriques, jugés biaisés en raison de l'incomplétude des méthodes de mesures utilisées, sont remis en cause.

Comment peut-on alors incorporer cette caractéristique de la pauvreté dans les indices de mesure ? Les travaux de recherche que nous présentons vont tenter de répondre à cette question.

III. L' APPROCHE MÉTHODOLOGIQUE

a. Limites d'un indicateur dichotomique

Selon Sen (1976), un indicateur dichotomique viole déjà deux des principaux axiomes relatifs à la mesure de la pauvreté, à savoir l'axiome de monotonie et l'axiome de transfert (voir encadré N°2). Ainsi, en nous conformant à cette idée de Sen sur les limites d'une mesure dichotomique, nous avons opté pour une mesure floue axiomatique.

Par définition, une mesure dichotomique consiste à comparer le revenu ou consommation du ménage par rapport à un niveau dit de « seuil de pauvreté ». A ce titre, les individus ou les ménages sont considérés comme « pauvres » dès lors que leurs consommations se trouvent en dessous du seuil de pauvreté et « non-pauvres » dans le cas contraire. Ainsi, ce type de mesure se distingue par l'absence de situation intermédiaire.

Selon Sen (1976), la connaissance du nombre ou de la proportion de la population en dessous ou au-dessus du seuil de pauvreté (ratio de pauvreté) ne permettrait pas à elle seule d'appréhender effectivement la pauvreté. En effet, avec cet indicateur, un changement de niveau de vie au sein de la population pauvre n'est pas perceptible.

Ainsi, en utilisant cette mesure dichotomique, le niveau de pauvreté semble ne pas être modifié malgré une légère amélioration du niveau de revenu d'un individu.

A l'inverse, une baisse du revenu d'un individu déjà classifié comme « pauvre » ne changera pas la valeur de l'indice dichotomique de la pauvreté, du fait que cette mesure de la pauvreté se contente de comptabiliser les individus en dessous ou au-dessus du seuil de pauvreté. Dans ce cas, la rigidité de la pauvreté apparaît plus importante qu'elle pourrait l'être réellement. Cette approche nécessite d'apporter une variation considérable du niveau de revenu pour pouvoir constater une amélioration ou une détérioration du niveau de pauvreté. Ainsi, seule une variation conséquente de niveau de revenu permettra à un individu de basculer d'une classification à une autre (c.-à-d. de « pauvre » à « non-pauvre » et inversement).

En revanche, l'utilisation d'une mesure floue de la pauvreté permet de percevoir l'impact de faibles variations de revenu sur le niveau de pauvreté d'un individu.

Selon Miceli (1998), la vision faisant référence à un seuil n'a jamais fait l'objet d'un consensus de la part des chercheurs, et il existe encore actuellement de nombreuses approches et points de vue qui sont encore discutés. De plus, la classification de la population entre « pauvre » et « non-pauvre », comme une formulation du type « tout » ou « rien » (Vero, 2006), est trop catégorique, et conduit à une perte d'information (Cerioli & Zani, 1989 ; Miceli, 1997). En effet, pour ces auteurs, le passage d'un état de privation à une situation de non-privation se fait de manière graduelle.

Pour surmonter cette approche trop simpliste, les auteurs ont utilisé la théorie des ensembles flous introduite par Zadeh en 1965. Cette théorie développe l'idée d'une appartenance partielle à une classe, de gradualité dans le passage d'une situation à une autre, dans une généralisation de la théorie classique des ensembles, admettant des situations intermédiaires entre le tout et le rien (Bouchon-Meunier, 1993).

b. Approche par la logique floue

L'un des défis de la mesure de la pauvreté est qu'il faut identifier qui est pauvre. Cette identification est traditionnellement réalisée en utilisant les seuils de pauvreté dans le cadre unidimensionnel. Un seuil « net » dichotomise la population en deux groupes considérés comme qualitativement différents, avec une présomption implicite de certitude quant à cette distinction.

Pourtant, il pourrait y avoir une ambiguïté considérable dans cette dichotomisation. Pour cette raison, des auteurs tels que Cerioli et Zani (1989) ont opté pour une nouvelle méthode de mesure de la pauvreté en exploitant la théorie des ensembles flous.

La théorie des « ensembles flous » a été développée par Zadeh (1965) basée sur l'idée selon laquelle : certaines classes d'objets peuvent ne pas être définies par des critères d'appartenance bien précis. En d'autres termes, il y a des cas où on est incapable de déterminer quels éléments appartiennent à un ensemble donné et lesquels n'y appartiennent pas.

Le concept d'ensemble flou

Zadeh (1965) lui-même a caractérisé un ensemble flou comme étant une classe d'objets avec un continuum de notes d'adhésion. Un tel ensemble est caractérisé par une adhésion qui attribue à chaque objet une note comprise entre zéro et un. Les notions d'inclusion, d'union, d'intersection, de complément, de relation, de convexité, etc., sont étendues à de tels ensembles et diverses propriétés de ces notions dans le contexte des ensembles flous sont établies. En particulier, un théorème de séparation pour les ensembles flous convexes est prouvé sans exiger que les ensembles flous soient disjoints.

Toujours selon Zadeh, le plus souvent, les classes d'objets rencontrés dans le monde réel physique n'ont pas de critères d'appartenance précisément définis. Par exemple, la classe d'animaux comprend clairement les chiens, les chevaux, les oiseaux, etc. en tant que membres, et exclut clairement les objets tels que les roches, les fluides, les plantes, etc. Cependant, des objets tels que les étoiles de mer, les bactéries, etc. ont des statuts ambigus par rapport à la classe d'animaux. Le même genre d'ambiguïté survient dans le cas d'un nombre tel que 10 par rapport à la "Classe" de tous les nombres réels qui sont bien supérieurs à 1.

Définitions

Soit X un espace de points (objets) d'élément générique x. Ainsi, X = {x}.

Un ensemble flou (ou une classe d'ensembles flous) A en X se caractérise par une fonction d'appartenance (fonction caractéristique) notée $f_A(x)$ qui associe à chaque point[4] en X un nombre réel dans l'intervalle [0, 1], avec la valeur de $f_A(x)$ à x représentant la "qualité de membre" de x dans A. Ainsi, plus la valeur de $f_A(x)$ est proche de l'unité, plus le grade d'appartenance à x dans A est élevé.

Plus formellement : $A = \{(x, f_A(x)), x \in X\}$ avec $\begin{aligned} f_A : X &\to [0,1] \\ x &\mapsto f_A(x) \end{aligned}$

Lorsque A est un ensemble au sens ordinaire du terme, sa fonction d'appartenance peut prendre seulement deux valeurs 0 et 1, avec $f_A(x) = 1$ ou 0 selon que x appartient ou n'appartient pas à A.

Dans ce cas, $f_A(x)$ réduit aux caractéristiques familières de la fonction d'un ensemble A.

Dans les autres cas on a $0 < f_A(x) < 1$. Alors si, par exemple, $f_A(x) = 0,7$ cela veut dire que x appartient à l'ensemble flou A à 70%.

Comment a été utilisée cette théorie dans la mesure de la pauvreté ?

L'utilisation de la théorie des ensembles flous dans la mesure de la pauvreté

Pour ce faire, nous allons adopter les définitions et notations utilisées par Chakravarty (2006).

Soit X un ensemble de référence et soit x un élément quelconque de X. Un sous-ensemble flou A de X est défini comme l'ensemble des couples :

$$A = \{(x, \mu_A(x)), x \in X\} .$$

[4] *Plus généralement, le domaine de définition de* $f_A(x)$ *peut être limité à un sous-ensemble de X.*

Avec $\begin{aligned} \mu_A : X &\rightarrow [0,1] \\ x &\mapsto \mu_A(x) \end{aligned}$

Ainsi, un sous-ensemble flou A de X est caractérisé par une fonction d'appartenance $\mu_A(x)$ qui associe, à chaque point x de X un réel dans l'intervalle [0,1] ; $\mu_A(x)$ représente le degré d'appartenance de x à A. On observe les trois cas possibles suivants :

$$\begin{cases} \mu_A(x) = 0 \\ 0 < \mu_A(x) < 1 \\ \mu_A(x) = 1 \end{cases}$$

Où, $\mu_A(x) = 0$ si x n'appartient pas à A ; $0 < \mu_A(x) < 1$ si x appartient partiellement à A ; et $\mu_A(x) = 1$ si x appartient entièrement à A.

i. Notations

Considérons un ensemble de n personnes, et l'i$^{\text{ème}}$ personne possède k vecteurs d'attributs noté $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ij}, \dots, x_{ik})$ tel que $x_i \in R_+^k$, ensemble des valeurs positives de l'espace euclidien réel de dimensions k (R^k). x_{ij} est le j$^{\text{ème}}$ coordonnée du vecteur x_i représentant ainsi la quantité (valeur) de l'attribut j possédé par l'individu i.

$X = (x_1, x_2, \dots, x_j, \dots, x_k)$ est la matrice des vecteurs correspondant aux k attributs. C'est une matrice à n lignes et k colonnes ($n \times k$) où x_i est le i$^{\text{ème}}$ ligne de cette matrice.

$X \in M^n$, avec M^n dénote l'ensemble de toutes les matrices $n \times k$ de composantes réelles non négatives. $x_{.j}$ de $X \in M^n$ donne la distribution de l'attribut j à travers les n individus (j=1, 2, …, k) avec $x_{.j} = (x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{ij}, \dots, x_{nj})$.

Posons $M = \bigcup_{n \in N} M^n$, avec N l'ensemble des entiers naturels.

Soit $\mu_j(x_{ij})$ indiqué le degré d'appartenance de l'individu i au statut de pauvreté par rapport à l'attribut j compte tenu de la valeur (quantité) de son attribut (x_{ij}), ou tout simplement la probabilité que l'individu i soit pauvre par rapport à l'attribut j compte tenu de x_{ij} .

ii. La fonction d'appartenance (ou fonction caractéristique)

La fonction d'appartenance $\mu_j(x_{ij})$ pourrait être dichotomique et prendra ainsi la valeur 0 ou 1 dépendant du fait que l'individu i soit pauvre ou non-pauvre par rapport à l'attribut j, compte tenu de la valeur prise par x_{ij}. Tel sera le cas lorsque $x_{ij} \geq z_j$ ou $x_{ij} < z_j$ où z_j est un réel positif et représentant la valeur minimum acceptable de l'attribut j traduisant ainsi un seuil. C'est-à-dire :

$$\mu_j(x_{ij}) = 0 \quad si \quad x_{ij} \geq z_j$$
$$\mu_j(x_{ij}) = 1 \quad si \quad x_{ij} < z_j$$

Pour attribuer un statut flou de la pauvreté, cette fonction d'appartenance pourrait être généralisée en considérant la fonction d'appartenance suivante pour l'attribut j:

$$\mu_j : R_+^1 \to [0,1]$$
$$x \mapsto \mu_j(x_{ij})$$

μ_j est une généralisation de la fonction caractéristique (d'appartenance) dans le sens où elle est uniformément distribuée entre 0 et 1, que de supposer tout simplement qu'elle ne prenne que les valeurs 0 ou 1 (Zadeh 1965).

En résumé, en prenant une quantité quelconque de l'attribut j que nous allons noter par $m_j > 0$, considérons la notation suivante :

$$\begin{cases} \mu_j(x_{ij}) = 1 \quad si \quad x_{ij} = 0 \\ 0 < \mu_j(x_{ij}) < 1 \quad si \quad x_{ij} \in \left]0, m_j\right[\\ \mu_j(x_{ij}) = 0 \quad si \quad x_{ij} \geq m_j \end{cases} \qquad (01)$$

Ainsi, la pauvreté associée à x_{ij} est maximale quand $x_{ij} = 0$, tandis qu'elle est minimale lorsque $x_{ij} \geq m_j$. Outre cela, un accroissement x_{ij} dans l'intervalle $\left]0, m_j\right[$ décroit la probabilité (degré) de pauvreté de l'individu i par rapport à l'attribut j.

Par exemple, m_j peut être le revenu moyen par tête en considérant que le revenu est la dimension de la pauvreté étudiée, soit l'attribut j. Dans ce cas le niveau minimum de x_{ij} n'est pas forcément zéro, mais peut être une valeur quelconque que l'on peut noter $\eta_j = \min\left\{x_{ij}\right\}$ ou le revenu minimum. Dans ces conditions, l'expression précédente prendra la forme suivante :

$$\begin{cases} \mu_j(x_{ij}) = 1 \quad si \quad x_{ij} = \eta_j \\ 0 < \mu_j(x_{ij}) < 1 \quad si \quad x_{ij} \in \left]\eta_j, m_j\right[\\ \mu_j(x_{ij}) = 0 \quad si \quad x_{ij} \geq m_j \end{cases}$$

Dans ce cas de figure, Giordani et Giorgi (2012) appellent η_j comme étant une ligne de pauvreté et m_j une ligne de richesse.

On définit ainsi $S_{\mu_j}(X)$ l'ensemble possible des personnes pauvres par rapport à j dans $X \in M^n$, pour μ_j donné, tel que $S_{\mu_j}(X) = \left\{i \in \{1,2,...,n\} / \mu_j(x_{ij}) > 0\right\}$. Dans ce cas, l'individu i est totalement non-pauvre si $i \notin S_{\mu_j}(X) \quad \forall j$ ou $x_{ij} \geq m_j \; \forall j$.

Par ailleurs, si l'ensemble est totalement flou, alors $S_{\mu_j}(X) = \left\{i \in \{1,2,...,n\} / 1 > \mu_j(x_{ij}) > 0\right\}$.

Les mesures plus proches de notre critère (mesure floue et axiomatique) sont celles de Watt (1968), Chakravarty (1983a), Chakravarty et al. (1998), Tsui (2002), Bourguignon et Chakravarty (2003), Maasoumi et Lugo (2008), Chakravarty et D'Ambrosio (2013)[5]. Cependant, après avoir observé les réactivités de ces mesures par rapport aux variables d'intérêt, une allure plus flexible à la baisse a été constatée et dont la forme est décroissante quasi convexe ou en droite linéaire, si une allure plus rigide à la baisse, prenant une forme quasi concave, est attendue. La recherche de cette forme concave ou quasi concave nous a conduits donc à proposer la **fonction ellipse**, qui est à la fois exploitable en mesure floue et en mesure axiomatique.

[5] Ces mesures sont présentées en annexe

IV. LA FONCTION ELLIPSE COMME UNE MESURE RIGIDE

D'après les formes fonctionnelles présentées plus haut, les mesures qui respectent le maximum de propriétés prennent une forme convexe et à la limite une droite linéaire. Une forme convexe supposerait la flexibilité à la baisse de la pauvreté, c'est-à-dire que la pauvreté baisserait rapidement à la suite d'une moindre augmentation de la variable d'intérêt, et en retour une rigidité à la hausse de la pauvreté, c'est-à-dire que la pauvreté augmenterait à une proportion moindre qu'à la diminution de la variable d'intérêt. Une droite linéaire suppose que la baisse ou la hausse de la pauvreté advient systématiquement de façon proportionnelle à l'augmentation ou à la diminution de la variable d'intérêt. Les autres formes ne seront pas exploitables, parce qu'en général, elles ne sont pas additives alors que la propriété d'additivité nous est très utile pour agréger les mesures en situation multidimensionnelle. Une autre forme fonctionnelle sera donc proposée par la suite pour tenir compte de la rigidité à la baisse de la pauvreté.

a. Concavité d'une mesure rigide pour la pauvreté

Tout comme dans la théorie des rigidités nominales, et particulièrement pour la rigidité des prix, la rigidité de la pauvreté peut être décrite à travers une courbe similaire. Les mesures de la pauvreté disponibles dans la littérature prennent différentes formes selon la perception des chercheurs. Mais, compte tenu de la rigidité du phénomène, les formes proposées par certains auteurs sont sujettes à débat quant à leurs capacités à présenter de la meilleure façon le phénomène en question.

Nous avons déjà présenté dans le chapitre 1 les divers constats empiriques sur la rigidité de la pauvreté, mais aussi leur révélation à la fois théorique et inédite (cercle vicieux, trappe à pauvreté, cycle de vie…). Dans le présent paragraphe, nous allons cerner sous un autre angle ce même phénomène, suivant la différence entre mesure convexe et mesure concave.

Telle que présentée dans le paragraphe 4.1., les formes fonctionnelles des mesures disponibles dans la littérature sont soit sinusoïdales, en trapèze, convexes, ou plus souvent, décrivent des droites linéaires. Aucun auteur n'a encore proposé une forme concave, et pourtant cette forme se rapproche plus de notre préoccupation. Nous identifierons alors ci-après les caractéristiques ou propriétés que devrait avoir une mesure fonctionnelle concave.

Partant des caractéristiques d'une fonction d'appartenance avancée par Chakravarty (2006), rappelons qu'une fonction d'appartenance individuelle donnée $\mu_j = R_+^1 \to \left[0,1\right]$ doit respecter les cinq (05) axiomes ci-après :

(i). Homogénéité de degré zéro : μ_j est homogène de degré zéro. Pour une constante *a* donnée, $\mu_j(ax_{ij}) = \mu_j(x_{ij})$.

Cela veut dire que μ_j reste inchangée pour toute variation équiproportionnelle des valeurs de l'attribut j.

La distribution équiproportionnelle de richesse à tous les ménages ne changerait pas le niveau de la proportion des pauvres.

(ii). Décroissance linéaire ou Linéairement décroissante : pour tout $x_{ij} \in \left[0, m_j\right[$ et $c_{ij} \in \left[0, m_j - x_{ij}\right[$,alors

$$\mu_j(x_{ij}) - \mu_j(x_{ij} + c_{ij}) = \frac{c_{ij}}{m_j} ;$$

L'impact ou l'étendue de la réduction de la fonction caractéristique résultant de l'accroissement de x_{ij} à $x_{ij} + c_{ij}$ est la fraction $\frac{c_{ij}}{x_{ij}}$. Il est plus faible que la présomption de décroissance de la fonction caractéristique sur l'intervalle $\left[0, m_j\right[$.

Une amélioration de la valeur de l'attribut réduirait la proportion de pauvreté.

(iii). Continuité : μ_j est continue sur R_+^1 .

C'est-à-dire que μ_j varie de façon continue en fonction de la variation des valeurs de l'attribut. Pour toute valeur de l'attribut x_{ij} comprise dans l'intervalle $I = [a,b]$ avec a < b , $a \in R_+^1$ et $b \in R_+^1$, alors $\mu_j(b) < \mu_j(x_{ij}) < \mu_j(a)$.

Le degré de pauvreté des ménages disposant d'attribut faible doit être supérieur à ceux dont la valeur de l'attribut est plus élevée.

(iv). Maximalité : μ_j admet un maximum avec $\mu_j(0)=1$

Cela veut dire que μ_j atteint son maximum (pauvreté sans ambiguïté) lorsque la valeur de l'attribut exprime une privation totale ($x_{ij}=0$).

(v). Indépendance de μ_j pour toute valeur non nulle des attributs : pour tout $x_{ij}>m_j$, $\mu_j(x_{ij})=k$, où k est constante.

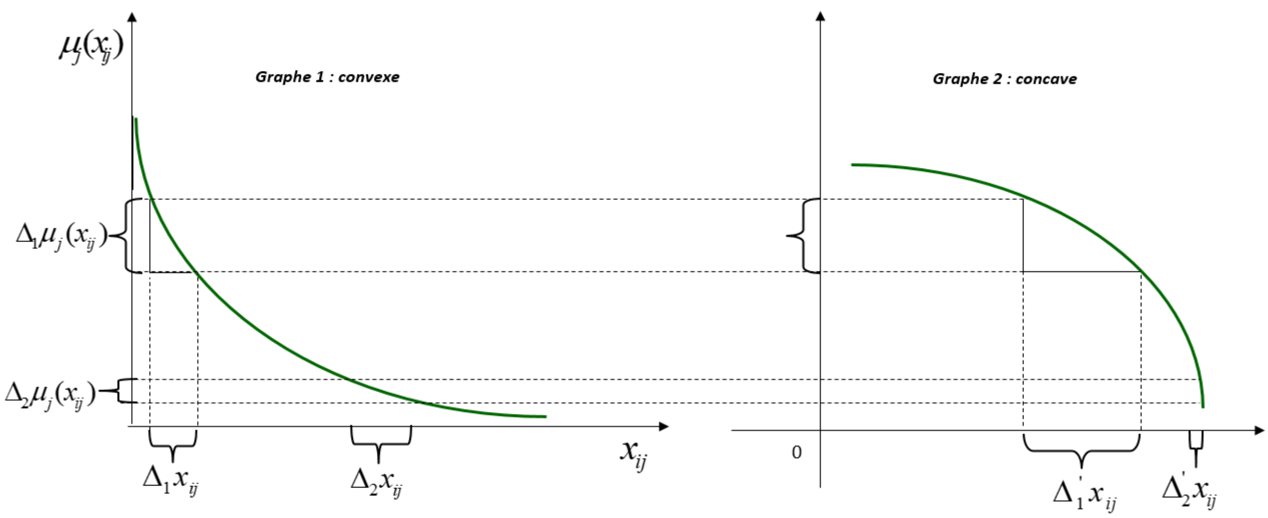
Cela montre l'insensibilité de μ_j par rapport aux valeurs de l'attribut des ménages certainement non-pauvres ou que $x_{ij}\in\left[m_j,\infty\right[$.

L'axiome (ii) relatif à la décroissance linéaire semble très restrictif et simplificateur au point que la proportion de baisses de la pauvreté est constante par rapport à la hausse de la quantité de l'attribut. Certains auteurs ont postulé pour une décroissance exponentielle, c'est-à-dire que la pauvreté diminue à un taux proportionnel à la quantité d'attributs, ou une baisse de la pauvreté de telle manière qu'elle diminue plus que proportionnellement (de manière subite) à une moindre augmentation de la quantité de l'attribut. Tels sont le cas pour les fonctions caractéristiques convexes. Cependant, nous proposons dans ce travail une autre forme de la fonction caractéristique qu'est la forme concave.

La fonction caractéristique d'une mesure concave remplit ces cinq axiomes précités, mais la seule différence réside dans le fait que sa décroissance est moins que proportionnelle à une augmentation de la quantité de l'attribut.

Présentons graphiquement les deux formes extrêmes (convexe et concave) pour voir la différence.

Figure 1 : Comparaison entre fonction convexe et concave



<u>Source</u> : Auteur

Avec ces présentations, il apparaît que pour faire baisser la pauvreté de l'ordre de $\Delta_1\mu_j(x_{ij})$, il faut $\Delta_1 x_{ij}$ pour une mesure convexe et $\Delta_1^{'} x_{ij}$ pour une mesure concave, alors que $\Delta_1 x_{ij}<\Delta_1^{'} x_{ij}$. Autrement dit, une moindre augmentation de quantité de la variable j de l'individu i quand la fonction d'appartenance est convexe équivaudrait à une augmentation assez importante de cette variable quand la fonction est concave pour faire baisser le niveau de pauvreté avec un même ordre de grandeur. La baisse de la pauvreté est plus que proportionnelle par rapport à une moindre amélioration de la variable d'intérêt si on utilise une mesure convexe, alors que la baisse est largement moins proportionnelle en utilisant une mesure concave. Ce résultat laisse prétendre qu'il suffirait d'un petit effort pour faire baisser la pauvreté pour le cas d'une mesure convexe, alors que l'effort exigé est assez considérable en se référant avec une mesure concave. Ainsi, en postulant pour la rigidité à la baisse de la pauvreté, la mesure concave est mieux adaptée que la mesure convexe.

Ce postulat est surtout valable quand la pauvreté est extrêmement profonde, mais l'inverse se produit quand l'individu se rapproche du seuil de pauvreté. Il est plus facile de sortir les moins pauvres de l'état de pauvreté que les très pauvres.

NB : En réalité, les deux fonctions, graphe 1 et graphe 2 ci-dessus, sont respectivement quasi convexe et quasi concave. Cependant, nous ne ferons pas de distinction de langage dans ce travail en utilisant tout simplement les termes convexe et concave.

a. La fonction ellipse, une nouvelle proposition de mesure rigide

Les formes linéaires ou quasi linéaires ainsi que les formes convexes ou quasi convexes supposent une sensibilité à la baisse de la pauvreté à la suite d'une petite augmentation de la variable. Toutefois, d'après le constat que nous avons soulevé plus haut, la fonction d'appartenance est de forme quasi concave. En effet, l'indice de pauvreté est décroissant. Cependant, pour une mesure concave, une hausse importante de quantité d'un attribut n'entrainerait qu'une moindre diminution de la pauvreté. Autrement dit, la baisse de la pauvreté est lente suivant une mesure concave.

En résumé, les propriétés de la fonction que nous cherchons sont les suivantes :

1. Décroissante,
2. Concave ou quasi concave,
3. Rigide à la baisse,
4. Continue,
5. Monotone,
6. Homogène de degré zéro, c'est-à-dire. $f(ax) = f(x)$, (propriété d'invariance d'échelle)
7. $x \in [0 , m]$ avec m le maximum de x,
8. $f(x) \in [0 , 1]$ avec $f(0) = 1$ et $f(m) = 0$ (propriétés de maximalité et normalisation)

Après avoir analysé ces propriétés et après avoir effectué des recherches massives dans la littérature mathématique, nous avons pu soupçonner une forme concave découlant de l'équation ellipse, telle que présentée dans la démarche qui s'en suit.

b. La forme concave d'une fonction d'appartenance

En géométrie, une ellipse est une courbe plane fermée obtenue par l'intersection d'un cône de révolution avec un plan, à condition que celui-ci coupe l'axe de rotation du cône ou du cylindre : c'est une conique d'excentricité strictement comprise entre 0 et 1.

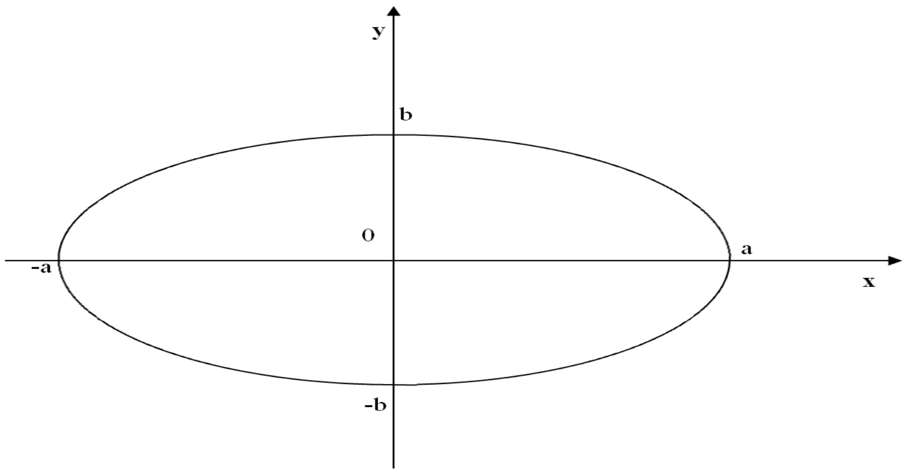
On peut également la définir comme le lieu des points dont la somme des distances à deux points fixes, dits foyers, est constante.

On retrouve aussi, en première approximation, des ellipses dans les trajectoires des corps célestes (planètes, comètes ou satellites artificiels) en orbite autour d'une étoile ou d'une autre planète. La Terre parcourt approximativement une ellipse dont le Soleil est un foyer.

Les différentes définitions de l'ellipse peuvent conduire, dans certains cas extrêmes à la construction d'un point, d'un segment ou d'un cercle, qui sont alors considérés comme des ***ellipses dégénérées*** n'en possédant pas toutes les propriétés géométriques.

Graphiquement, une ellipse se présente comme suit:

Figure 2 : Graphique d'une équation ellipse



Source : Wikipédia

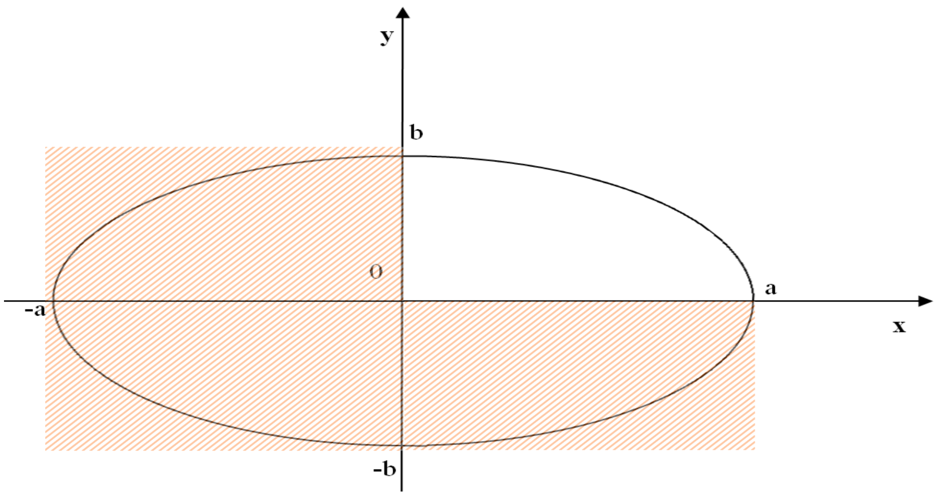
Nous avons pu observer que dans la représentation graphique d'une équation ellipse, les valeurs positives de x et y donnent une forme quasi concave.

Cette ellipse est donnée par l'équation cartésienne réduite suivante:

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \text{ avec } a > b.$$

Mais nous n'allons nous intéresser qu'au quadrant positif tel que montré dans le graphique suivant :

Figure 3 : Graphique d'une fonction ellipse



Source : Auteur

Alors pour obtenir l'équation du cadrant positif :

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \Leftrightarrow \frac{y^2}{b^2}=1-\frac{x^2}{a^2} \Leftrightarrow y^2=b^2\left(1-\frac{x^2}{a^2}\right)$$

$$\Leftrightarrow y = \pm\sqrt{b^2\left(1-\frac{x^2}{a^2}\right)}$$

Et nous ne retenons que la valeur positive c'est-à-dire : $y = \sqrt{b^2\left(1-\frac{x^2}{a^2}\right)} \Leftrightarrow y = \frac{b}{a}\left(a^2 - x^2\right)^{1/2}$

En imposant b = 1, puisque nous cherchons une valeur de y qui décroit de 1 à 0, alors nous obtenons la forme suivante :

$$y = \frac{1}{a}\left(a^2 - x^2\right)^{1/2}$$

Nous pouvons maintenant l'utiliser pour décrire notre fonction d'appartenance en le réécrivant comme suit :

$\mu(x) = \frac{1}{m}\left(m^2 - x^2\right)^{1/2}$ où m pourra prendre la valeur du seuil de pauvreté.

Cependant, avec cette forme, la pente de la courbe et le degré de concavité de la fonction sont figés. Pour pallier cette contrainte, et laisser à l'utilisateur le soin d'apprécier ces paramètres, nous avons généralisé cette fonction en postulant la forme suivante :

$$\mu(x) = \frac{1}{m^\alpha}\left(m^k - x^k\right)^{\alpha/k}$$

Cette forme a été obtenue de sorte à faire correspondre 2 = k et 1 = α . Et que nous pouvons encore réécrire de la manière suivante, en posant $\alpha / k = \beta$:

$$\mu(x) = \frac{1}{m^{k\beta}}\left(m^k - x^k\right)^\beta \qquad (02)$$

Remarquons que si k =1, on retrouve la fonction (47) de Chakravarty et al. (1998) :

$$\mu(x) = \left[\frac{m-x}{m}\right]^\beta$$

Et si $\beta = 1$, on retrouve la fonction (48) de Chakravarty (1983a): $\mu(x) = 1 - \left(\frac{x}{m}\right)^k$.

Cela signifie que cette fonction est en quelque sorte une combinaison des deux autres ou tout simplement une forme plus complète d'une fonction d'appartenance.

c. La mesure concave

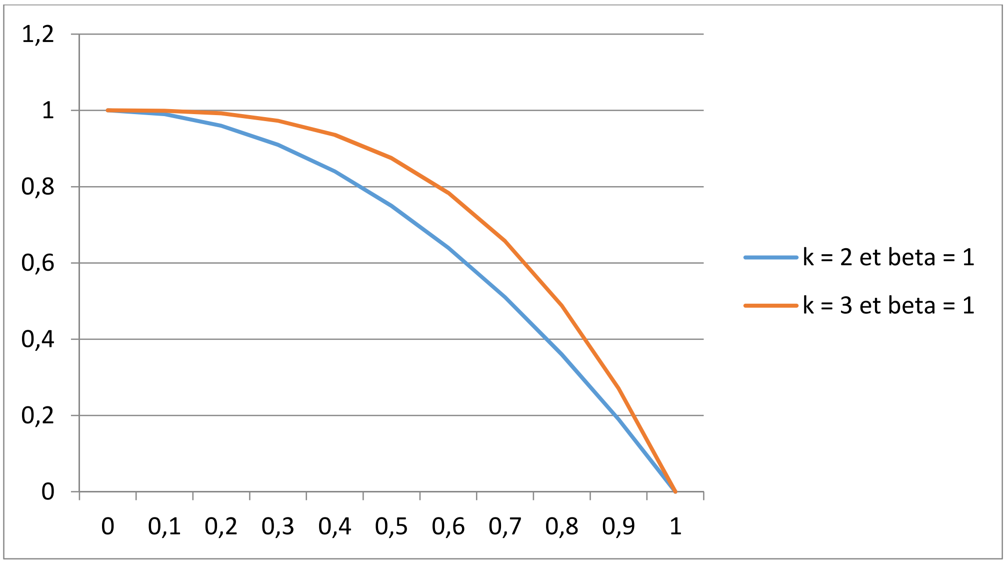
D'après l'équation ellipse, nous avons pu déduire une forme qui répond au mieux à nos hypothèses sur la concavité de la forme de la mesure de l'appartenance à l'ensemble flou. Cette mesure, que nous retenons, dépend donc de deux paramètres qui doivent respecter les conditions suivantes pour s'assurer de la forme que nous cherchons, à savoir :

$\mu(x) = \frac{1}{m^{k\beta}}\left(m^k - x^k\right)^\beta$ avec k et β deux paramètres positifs tels que :

(i) $k \geq 2$: pour s'assurer de la concavité de la courbe, puisque si k = 1 alors la courbe devient une droite linéaire et si k<1 la courbe devient convexe. Ainsi, pour une valeur de k = 2, nous obtenons, par analogie, la pauvreté floue de premier degré.

(ii) Pour k = 3, nous l'appelons pauvreté floue de 2ème degré et ainsi de suite tel que montrer dans le graphique suivant :

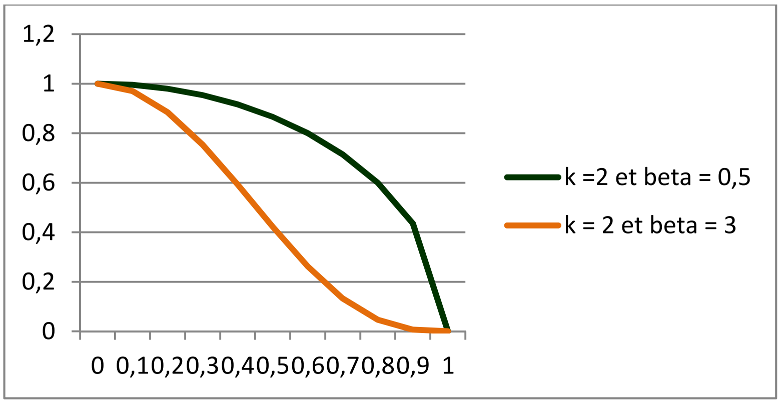
Figure 4 : Concavité d'une mesure ellipse



<u>Source</u> : Auteur

(iii) $\beta > 0$: exprime la pente de la concavité ou le degré de concavité. Ainsi, la concavité est une fonction décroissante de β. Plus il est élevé moins la concavité est prononcée tel que nous l'observons dans le graphique suivant pour une valeur de k = 2.

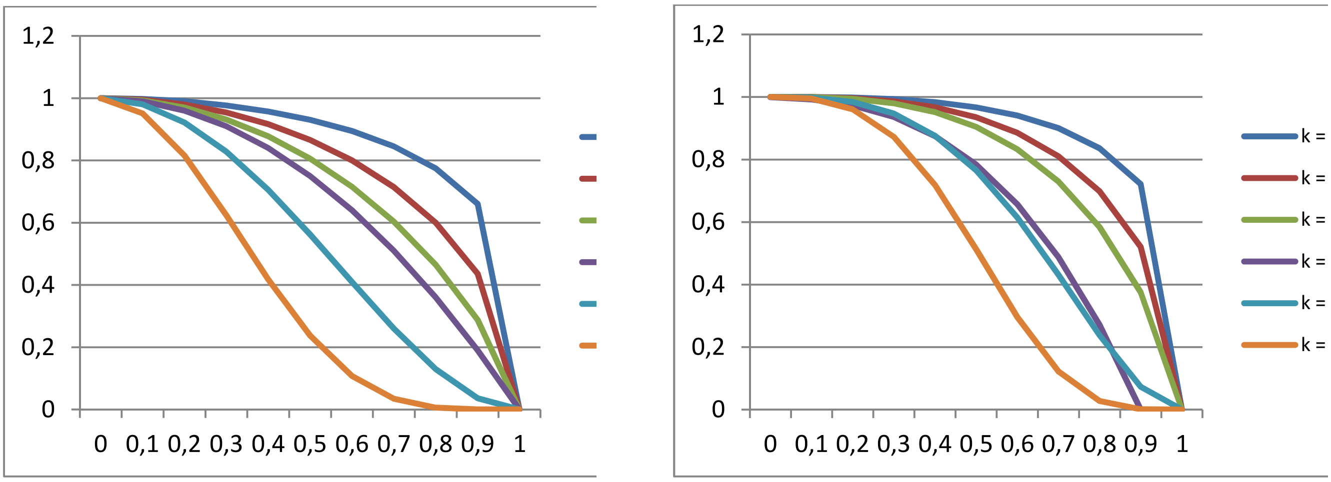
Figure 5 : Degré de concavité d'une mesure ellipse



<u>Source</u> : Auteur

Les deux graphiques suivants vont nous montrer les allures de la courbe en fonction de quelques valeurs des deux paramètres :

Figure 6 : Multiple forme d'une mesure ellipse Figure



a. De la rigidité de la fonction ellipse

Jusqu'ici, la rigidité s'agissait d'une résistance à la baisse de la pauvreté par rapport à une variable malgré une amélioration de cette dernière. Autrement dit, la baisse de la pauvreté est moins que proportionnelle par rapport à l'augmentation de la variable.

Pour montrer la rigidité à la baisse de la pauvreté à l'aide de la fonction ellipse, nous allons utiliser la méthode de calcul des élasticités. Cette méthode va permettre d'évaluer la variation de la pauvreté par rapport à une augmentation d'une unité de la variable. De plus, pour mesurer l'étendue de la résistance, nous allons comparer les résultats des simulations de la mesure ellipse avec ceux d'une mesure convexe (représentée par la mesure de Chakravarty et al., 1998).

Plus, formellement nous allons adopter la démarche suivante :

(i) Soient x_1 la valeur la variable x au départ, x_2 la valeur quand x augmente d'une unité et x_0 quand elle baisse d'une unité,

(ii) On a $f(x_1)$ le degré de pauvreté correspondant à x_1, $f(x_2)$ celui correspondant à x_2 et $f(x_0)$ celui à x_0,

(iii) L'élasticité de la pauvreté quand x augmente d'une unité est donnée par :

$$e(x_{2/1}) = \frac{\dfrac{f(x_2)-f(x_1)}{f(x_1)}}{\dfrac{x_2-x_1}{x_1}} \quad (03)$$

Etant donné que f est une fonction décroissante de x, cet indicateur mesure jusqu'à quel point la pauvreté baisse par rapport à une hausse d'une unité de la variable x.

(iv) L'élasticité de la pauvreté quand x baisse d'une unité est donnée par :

$$e(x_{0/1}) = \frac{\dfrac{f(x_0)-f(x_1)}{f(x_1)}}{\dfrac{x_0-x_1}{x_1}} \quad (04)$$

Cet indicateur mesure jusqu'à quel point la pauvreté augmente par rapport à une baisse d'une unité de la variable x.

Le tableau suivant nous permettra d'avoir une idée sur l'ampleur de l'élasticité à la baisse de la pauvreté en utilisant une fonction concave (Ellipse, les paramètres k=2 et beta=0,75) et une fonction convexe (Chakravarty et al.,1998, avec le paramètre thêta = 2).

Tableau 1 : Elasticité à la baisse de la pauvreté quand x augmente

x/m	$\frac{x_2 - x_1}{x_1}$	Ellipse			Ckakravarty et al. (1998)		
		f(x)	$\frac{f(x_2)-f(x_1)}{f(x_1)}$	$e(x_{2/1})$	f(x)	$\frac{f(x_2)-f(x_1)}{f(x_1)}$	$e(x_{2/1})$
0		1			1		
0,1	1	0,99249	-0,02281	-0,02281	0,81	-0,20988	-0,20988
0,2	0,5	0,96985	-0,03932	-0,07864	0,64	-0,23438	-0,46875
0,3	0,33	0,93171	-0,05827	-0,17480	0,49	-0,26531	-0,79592
0,4	0,25	0,87742	-0,08148	-0,32594	0,36	-0,30556	-1,22222
0,5	0,2	0,80593	-0,11215	-0,56076	0,25	-0,36000	-1,80000
0,6	0,17	0,71554	-0,15658	-0,93949	0,16	-0,43750	-2,62500
0,7	0,14	0,60350	-0,22990	-1,60927	0,09	-0,55556	-3,88889
0,8	0,13	0,46476	-0,38079	-3,04632	0,04	-0,75000	-6
0,9	0,11	0,28778	-1	-9	0,01	-1	-9
1		0			0		
Moyenne				***-1,75089***			***-2,89007***

Source : Auteur

Ce tableau nous montre qu'en moyenne, l'élasticité à la baisse de la pauvreté est plus faible pour la fonction Ellipse (***-1,75089)*** comparée à celle de la fonction proposée par Chakravarty et al. (***-2,89007)***. Cela prouve la rigidité à la baisse de la fonction ellipse contrairement aux mesures convexes. D'ailleurs, après les simulations, cette hypothèse est vérifiée, quelle que soit la valeur des paramètres. Remarquons tout de même que la fonction Ellipse commence à être flexible à la baisse quand x commence à être suffisamment grand. Ceci dit, il est plus difficile de faire réduire la pauvreté quand elle est extrêmement aiguë que quand elle est assez faible.

b. La violation de l'axiome de transfert

D'abord, il nous faut rappeler que l'axiome de transfert traduit deux principes. Le premier principe décrit les transferts émis par des individus pauvres vers des individus moins pauvres ou plus riches, ce principe est appelé **Transfert régressif**. Le deuxième principe consiste à ce que les moins pauvres ou les riches émettent des transferts vers les pauvres ou plus pauvres ; ce principe est appelé **Transfert progressif**.

Axiome de transfert régressif (TRR)

Pour tout $n \in N$, $X, Y \in R_+^n$ et $\mu \in A$, si X est obtenu à partir de Y par un transfert régressif entre deux personnes pauvres (un transfert d'un individu pauvre vers un individu moins pauvre ou riche), sans pour autant rendre riche (non-pauvre) le récepteur, alors $P^{n,1}(Y,\mu) \prec P^{n,1}(X,\mu)$.

Toutes choses étant égales par ailleurs, un transfert d'un individu pauvre de dotation y_i vers un individu plus "riche" conduit à une augmentation de la mesure de pauvreté, dont l'importance est d'autant plus grande que la dotation initiale y_i du pauvre est faible. Si elle vérifie cet axiome, la mesure de pauvreté accorde nécessairement un poids plus important aux plus pauvres.

Axiome de transfert progressif (TRP)

Pour tout $n \in N$, $X, Y \in R_{+}^{n}$ et $\mu \in A$, si X est obtenu à partir de Y par un transfert progressif entre deux personnes pauvres (un transfert d'un individu moins pauvre ou riche vers un individu pauvre), sans pour autant rendre riche (non-pauvre) le récepteur, alors $P^{n,1}(X,\mu) \prec P^{n,1}(Y,\mu)$.

Toutes choses étant égales par ailleurs, un transfert d'un individu moins pauvre ou riche de dotation y_i vers un individu pauvre conduit à une diminution de la mesure de pauvreté.

Il serait évident de penser que le transfert régressif enfonce la pauvreté puisque cela creusera l'écart ou l'inégalité entre les pauvres et les riches. Mais pour le transfert progressif, le résultat ne semblerait pas évident si on postulait pour la rigidité à la baisse de la pauvreté. Afin de mettre en évidence cette hypothèse, nous allons analyser les résultats d'utilisation de la mesure ellipse en appliquant le principe de transfert progressif.

Pour ce faire, nous allons utiliser la démarche adoptée par Pigou et Dalton[6] suivante :

Soit, la matrice X obtenu à partir de $Y \in M^n$ à travers un Pigou-Dalton transfert progressif d'un attribut j d'une personne moins pauvre ou relativement riche (i) à une autre personne plus pauvre (t) si pour les individus i et t :

(i) $y_{tj} < y_{ij} < z_j$; c'est-à-dire que les individus i et t sont tous les deux pauvres, mais i est relativement riche ;

(ii) $x_{tj} - y_{tj} = y_{ij} - x_{ij} > 0, x_{ij} \geq x_{tj}$; c'est –à-dire qu'on affecte une certaine quantité de l'attribut j de l'individu i à l'individu t, en gardant toujours le rang de l'individu i supérieur à l'individu t concernant le niveau de richesse même après ce transfert progressif. En supposant δ le montant à transférer, alors $x_{ij} = y_{ij} - \delta$ et $x_{tj} = y_{tj} + \delta$

(iii) $x_{rj} = y_{rj} \quad \forall \ r \neq i, t$; aucune modification n'est apportée à l'attribut j des individus autres que les individus i et t ;

(iv) $x_{rk} = y_{rk} \quad \forall \ k \neq j \ et \ \forall r$; aucune modification sur tous les attributs autres que j pour tous les individus.

En ne considérant qu'une seule dimension, il en découle de ce principe de transfert ce qui se présente comme suit :

Transfert progressif de Pigou-Dalton unidimensionnel (TRPD-U)

Pour tout $n \in N$, $Y \in M^n$ et $\mu \in A$, si X vient de Y par Pigou-Dalton transfert progressif entre deux personnes pauvres, alors $P(X;\mu) \leq P(Y,\mu)$ où z est fixé arbitrairement. C'est-à-dire que de tels transferts entrainent une baisse de la pauvreté.

Ce principe de transfert progressif pourrait être violé, dans certaines mesures, quand la fonction d'appartenance est concave, mais ne l'est pas quand la fonction est convexe. Illustrons cette caractéristique à l'aide d'un exemple utilisant la fonction de Chakravarty et al. (1998) et la fonction ellipse. Et pour faciliter la compréhension, nous n'allons faire des applications qu'au cas unidimensionnel.

Soit deux individus 1 et 2 dont le revenu respectif est de 80 et 25. Supposons que le seuil de pauvreté est de 100. Comparés au seuil, ces deux individus sont pauvres, mais l'individu 1 parait relativement plus riche que l'autre. Que se passerait-il alors si on décide de transférer 20 du revenu de l'individu 1 à l'individu 2 ? Les résultats diffèrent selon les fonctions utilisées. Le tableau 5 montre les résultats d'après la fonction de Chakravarty et al. (1998) ou la fonction ellipse.

Rappelons que la fonction de Chakravarty et al. (1998) est de la forme : $\mu(x) = \left(\frac{m-x}{m}\right)^{\theta}$

[6] Bourguignon et Chakravarty (2003)

et celle d'ellipse est $\mu(x)=\frac{1}{m^{k\beta}}\left(m^k-x^k\right)^\beta$ laquelle peut être réécrite comme suit en donnant une forme combinée de Chakravarty et al. (1998) et Chakravarty (1983a) :

$$\mu(x)=\frac{1}{m^{k\beta}}\left(m^k-x^k\right)^\beta=\left(1-\left(\frac{x}{m}\right)^k\right)^\beta \qquad (05)$$

Pour ce faire, considérons deux cas extrêmes, à savoir un cas avec une convexité forte pour la mesure de Chakravarty et al. (1998) et celui avec une concavité forte pour la mesure ellipse, ainsi qu'un cas avec un degré de convexité ou de concavité faible

Tableau 2 : Simulation de l'axiome de transfert dans le cas d'une convexité et concavité fortes

individu	**Revenu**	**Chakravarty et al. (1998)** *thêta = 3*	**Ellipse** *k = 2 et bêta = 0,25*	**Revenu après transfert**	**Chakravarty et al. (1998)** *thêta = 3*	**Ellipse** *k = 2 et bêta = 0,25*	**Variation** *Chakravarty et al. (1998)*	*Ellipse*
1	80	0,8%	44,7%	60	6,4%	63,2%	5,6	18,5
2	25	42,2%	86,6%	45	16,6%	74,2%	-25,6	-12,4
Indice pauvreté globale		***21,5%***	***65,7%***		***11,5%***	***68,7%***	***-10,0***	***3,0***

Source : Auteur

D'après ce tableau, le transfert a entrainé une aggravation de la pauvreté de l'individu 1 et une amélioration chez l'individu 2, quelle que soit la fonction d'appartenance. En effet, avec la mesure de Chakravarty et al. (1998), l'individu 1 qui était pauvre à hauteur de 0,8% au début, est devenu pauvre de l'ordre de 6,4% après transfert. Il en est de même pour la mesure ellipse, le transfert a fait accroître le degré de pauvreté de l'individu 1 qui passe de 45% à 63%. Pour l'individu 2, sa pauvreté s'est affaiblie à la suite d'un transfert si on se réfère à l'indice de Chakravarty et al. (1998), et son degré de privation est passé de 42% à 17%. Avec la mesure ellipse, cette pauvreté de l'individu 2 a baissé, passant de 87% à 74%.

Dans l'ensemble, le niveau de pauvreté a régressé avec l'indice de Chakravarty et al. (1998), et passe de 22% à 12% alors qu'une augmentation a été perçue avec la fonction ellipse, en passant de 66% à 69%. La baisse de la pauvreté qui prifote à l'individu 2 ne comblera pas la hausse de la pauvreté de l'individu 2. Ce qui a été démontré plus haut.

Pour résumer les résultats de ces cas extrêmes, la pauvreté globale baisse quand la fonction d'appartenance est fortement convexe (exemple, le paramètre thêta = 3), tandis que pour une fonction fortement concave (les paramètres k=2 et beta=0,25), le transfert entrainerait une hausse de la pauvreté globale.

Ce constat va à l'encontre de ce que postule le principe de transfert. En guise de conclusion, la convexité insinue une résorption plus facile et évidente de la pauvreté en n'apporte que quelques petits ajustements de la variable d'intérêt, alors que la concavité montre la complexité et la difficulté de résorber la pauvreté. De plus, ces résultats confirment les présentations théoriques du ***graphique n°01*** présentées plus haut.

Si on prend le cas des pays pauvres comme Madagascar, les transferts se font de manière persistante. A cet effet, le choix d'une mesure rigide pour évaluer le degré de pauvreté de ces pays ne fera que les enfoncer un peu plus dans de pauvreté.

Selon les résultats de l'enquête auprès des ménages au titre de la période 2012-2013, on a observé qu'il y avait des transferts effectués par 36% des ménages malgaches au profit de 33% récepteurs. Dans la globalité, il a été constaté que le type de transfert qui prédomine s'avère le transfert progressif. En effet, 44% des ménages plus riches ont été des émetteurs des transferts contre 24% des ménages plus pauvres. En ce qui concerne la réception, seuls les 34% des ménages plus riches ont pu en bénéficier, ce qui implique qu'une bonne partie des transferts ont été réceptionnés par les moins riches.

Tableau 3 : Transferts émis et reçus par les ménages malgaches

Quintiles de consommation	Emission			Réception		
	Urbain	Rural	***Ensemble***	Urbain	Rural	***Ensemble***
Plus pauvres	20,1	24,0	***23,9***	41,1	27,7	***28,2***
2e quintile	27,3	31,6	***31,3***	45,4	28,4	***29,6***
3e quintile	36,2	34,3	***34,5***	43,4	30,4	***31,7***
4e quintile	40,2	37,5	***38,0***	43,0	30,8	***33,1***
Plus riches	46,5	42,5	***44,1***	46,8	34,0	***39,0***
Ensemble	**42,1**	**34,4**	***35,9***	**45,4**	**30,4**	***33,2***

Source : INSTAT/ENSOMD 2013-2013

En entrant dans l'analyse des transferts des groupes socio-économiques du chef de ménage, il apparait que les chefs de ménage « cadre supérieur » et « cadre » sont les principaux émetteurs, avec 59,3 % et 53,6 %, tels qu'indiqués dans le tableau suivant.

Cependant, du côté des récepteurs, les chefs de ménage inactifs ou chômeurs prédominent avec respectivement 79,7 % et 84 %. Ce qui parait évident, car les revenus de ces derniers sont à la fois instables et insuffisants, et une certaine dépendance sur les transferts provenant des autres ménages s'installe pour combler ce manque. Avec ces constats, la prédominance du transfert progressif à Madagascar semble indiscutable.

Tableau 4 : Transferts émis et reçus par les ménages malgaches par groupe socio-économique

Groupe socio-économique du chef de ménage	Emission			Réception		
	Urbain	Rural	***Ensemble***	Urbain	Rural	***Ensemble***
Cadre supérieur	59,3	59,7	***59,5***	36,8	37,6	***37,1***
Cadre moyen	53,6	56,4	***54,9***	36,6	27,7	***32,4***
Ouvrier ou salarié qualifié	47,7	52,9	***50,3***	37,6	34,9	***36,3***
Ouvrier ou salarié non qualifié	45,5	37,1	***41,1***	39,8	37,7	***38,7***
Manœuvre	35,1	21,6	***26,7***	40,5	30,6	***34,4***
Stagière rémunéré	51,2	87,0	***72,7***	66,9	40,3	***51,0***
Indépendant	44,7	35,1	***39,6***	36,3	37,7	***37,0***
Chômeur	49,5	29,7	***42,6***	79,7	45,2	***67,7***
Inactif	25,6	16,0	***20,4***	84,0	74,3	***78,7***
Petit exploitant agricole	37,4	34,7	***35,1***	44,4	29,2	***29,7***
Moyen exploitant agricole	30,0	33,7	***33,6***	39,2	22,6	***22,9***
Grand exploitant agricole	20,5	34,0	***33,7***	35,8	26,5	***26,7***
Pêcheur	27,9	33,4	***31,9***	32,8	20,2	***23,8***
Autres	38,1	31,7	***32,5***	44,9	34,1	***35,5***
Ensemble	**42,1**	**34,4**	***35,9***	**45,4**	**30,4**	***33,2***

Source : INSTAT/ENSOMD 2013-2013

En guise de conclusion, la cause de la persistance de la pauvreté à Madagascar pourrait-être perçue à travers l'importance du transfert progressif d'après les résultats dans ces tableaux.

Dans le chapitre 1, nous avons pu remarquer que le ratio de pauvreté baisse sensiblement en contrepartie d'une hausse de revenu dans les pays riches, ou à revenu intermédiaire, contrairement aux pays pauvres d'Afrique subsaharienne. La pauvreté parait ainsi moins rigide dans les pays riches que dans les pays pauvres. De ce fait, les méthodes de mesure de pauvreté à utiliser dans ces deux catégories de mesures pourraient-être différentes. Dans le cas des pays riches ou à revenu intermédiaire, les indices convexes pourraient-être utilisés, et le transfert est conseillé. Pour les pays d'Afrique subsaharienne, la fonction ellipse pourrait-être appropriée et le transfert y sera déconseillé. En tout cas, une étude préalable devrait être menée pour le choix des méthodes à utiliser.

V. CONCLUSION

L'intérêt de notre recherche était de capter le comportement de résistance à la baisse de la pauvreté dans la méthode de mesure afin que celle-ci soit la plus réaliste possible. Il convient de rappeler qu'une telle mesure dévoile l'illusion qui pourrait exister dans l'évolution du phénomène de pauvreté, et permet d'avoir plus de précision pour les différentes actions à mener quant à son éradication.

Différentes sortes de mesures floues et/ou axiomatiques ont été utilisées dans la littérature, mais aucune d'entre elles ne répond à notre préoccupation. En effet, l'intérêt de notre recherche était de capter le comportement de résistance à la baisse de la pauvreté dans la méthode de mesure afin que celle-ci soit la plus réaliste possible. Il convient de rappeler qu'une telle mesure dévoile l'illusion qui pourrait exister dans l'évolution du phénomène de pauvreté, et permet d'avoir plus de précision pour les différentes actions à mener quant à son éradication.

La rigidité de la pauvreté a été mise en évidence à travers des constats réels, au regard de l'évolution de la pauvreté dans le monde et les recherches de Carneiro, F. G. and Sirtaine, S. (2017) sur le cas de la République Dominicaine ; et à partir des théories qui l'évoquent implicitement (cercle vicieux de la pauvreté, trappe à pauvreté, consommation limitée par le revenu permanent, comportement influencé par la psychologie de pauvreté). Ce présumé comportement de résistance à la baisse de la pauvreté a été traduit à l'aide de la **mesure ellipse** dont la comparaison des résultats quantitatifs effectués à travers le calcul des élasticités a démontré la différence. En effet, avec la mesure ellipse, le niveau de la pauvreté est moins élastique par rapport à l'amélioration de la variable d'intérêt, comparativement aux mesures convexes. Ce résultat nous a conduits à la conclusion qu'une mesure décroissante quasi concave traduit la résistance à la baisse de la pauvreté contre toute autre forme de mesure.

Cette nouvelle forme ne laisse pas inchangés certains axiomes de la pauvreté dont **l'axiome de transfert**. Avec la mesure ellipse, le transfert progressif d'un individu moins pauvre vers un individu très pauvre ne fera qu'empirer la situation et enfoncer le niveau de pauvreté, alors que cet axiome supposait que de tel transfert devrait atténuer la situation. Le degré de rigidité à la baisse de la pauvreté est déterminé par un paramètre qui sera apprécié par l'utilisateur suivant ses préoccupations.

REFERENCES

[1] Ambapour, S. (2009). "Théorie des ensembles flous : application à la mesure de la pauvreté au Congo. " Bureau D'application Des Methodes Statistiques Et Informatiques (BAMSI).

[2] Azariadis, C. and Stachurski, J. (2004). « Poverty traps ». Handbook of Economic Growth.Volume 1, Part A, Pages 295-384.

[3] Belhadj, B. Matoussi, M. S. (2007). "Proposition d'un indice flou de pauvreté en utilisant une fonction d'information ". International conference: Sciences of Electronic, Technologies of Information and Telecommunications (SETIT).

[4] Bellù, L. G. and Liberati, P. (2005). "Impacts of policies on poverty Axioms for Poverty Measurement". Policy Assistance Division, FAO, Rome, Italy. Paolo Liberati, University of Urbino, "Carlo Bo", Institute of Economics, Urbino, Italy. For the Food and Agriculture Organization of the United Nations, EASYPol.

[5] Bérenger, V. and Bresson, F. (2010). "Axiomatic and Robust Multidimensional Poverty Measurements in five South Mediterranean Countries". 2010 Conference of the Human Rights and Human Development. September 21-23, 2010. The University of Jordan – Amman.

[6] Betti, G. and Verma, V. K. (1998). "Measuring the degree of poverty in a dynamic and comparative context: A multi-dimensional approach using fuzzy set theory". Dipartimento di Metodi Quantitativi: Universita Degli Studi di Siena Working Paper n. 22.

[7] Betti, G., Gagliardi F. and Salvucci, V. (2014). "Multidimensional And Fuzzy Measures Of Poverty At Regional Level In Mozambique" ЭКОНОМИКА РЕГИОНА № 4 :115-128

[8] Bouchon-Meunier B (1993). « Logique floue ». Que sais-je ? Edition PUF.

[9] Bourguignon, F. and Chakravarty S.R., (2003). "The measurement of multidimensional poverty". Kluwer Academic Publishers. Journal of Economic Inequality 1:25-49.

[10] Bourguignon, F. and Chakravarty, S. R. (1999). A family of multidimensional poverty measures, In, Advances in Econometrics, Income Distribution and Scientific Methodology. Essays in Honor C.Dagum. D.J Slottje (eds.), Physica-Verlag, Heidelberg.

[11] Bourguignon, F. and Chakravarty, S. R. (2002). "Multi-dimensional poverty orderings" Centre National de la Recherche Scientifique-Ecole des Hautes Etudes en Sciences Sociales (CNRS-EHESS). Département et Laboratoire d'Economie Théorique Appliquée. Working Paper N°2002-22.

[12] Bourguignon, F. and Chakravarty, S. R. (2003) "Measurement of multidimensional poverty" Kluwer Academic Publishers. Journal of Economic Inequality. 1,25-49.

[13] Brasseul, J. et Lavrard-Meyer, C. (2016). "Les causes du sous-développement". Dans Economie du développement. Collection U. Edition Armand Colin. Pages 54 à 101.

[14] Bresson, F. (2011). "Pauvreté : à la recherche des élasticités réelles". Centre d'Etudes et de Recherche sur le Développement International (CRDI) Université d'Auvergne. HAL 2006.17.

[15] Carneiro, F. G. and Sirtaine, S. (2017). "When Growth Is Not Enough: Explaining the Rigidity of Poverty in the Dominican Republic". Directions in Development—Poverty; Washington, D.C.: World Bank Group.

[16] Cardoso, N. et Gardes, F. (1996). "Estimation de lois de consommation sur un pseudo-panel d'enquêtes de l'INSEE (1979-1984-1989)". ECONOMIE & PREVISION.N°126, 1996-5.

[17] Cerioli, A. and Zani, S. (1989). "A fuzzy approach to the measurement of poverty" in Income and Wealth Distribution, Inequality and Poverty". University of Pavia, Italy, September 28–30, 1989.

[18] Chakravarty, S. (1983). "A new index of poverty". Mathematical Social Sciences, vol. 6, issue 3, 307-313.

[19] Chakravarty, S. R. (2006). “An Axiomatic Approach to Multidimensional Poverty Measurement via Fuzzy Sets” Indian Statistical Institute, Kolkata, India.

[20] Chakravarty, S. R. and D‘Ambrosio, C. (2013). “A Family of Unit Consistent Multidimensional Poverty Indices”, in V. Bérenger and F. Bresson (eds.), Poverty and Social Exclusion around the Mediterranean Sea. Springer, 75–88.

[21] Chakravarty, S. R. and Muliere, P. (2003). “Welfare indicators: a review and new perspectives.1.Measurement of inequality” METRON-International Journal of Statistics, vol LXI, n.3, 457-497.

[22] Chakravarty, S. R. and Muliere, P. (2004). “Welfare indicators: A review and new perspectives.2. Measurement of poverty”. METRON-International Journal of Statistics, vol LXII, n.2, 247-281.

[23] Chakravarty, S. R. and Muliere, P. (2004). “Welfare indicators: a review and new perspectives. 2. Measurement of poverty” METRON - International Journal of Statistics vol. LXII, n. 2:247-281.

[24] Chakravarty, S. R. and Silber, J. (2007). “Measuring Multidimensional Poverty: The Axiomatic Approach ». Indian Statistical Institute, Kolkata, India .192-209.

[25] Chakravarty, S. R., Mukherjee, D., Ranade, R. (1998). “On the family of subgroup and factor decomposable measures of multidimensional poverty”. Research on Economic Inequality 8: 175 – 194.

[26] Chevrie, F. and Guély F. (1998). “La logique floue " Cahier technique Schneider n° 191 ;

[27] Dagum, C. (2002). “Analysis and Measurement of Poverty and Social Exclusion using Fuzzy Set Theory. Application and Policy Implications. Unpublished manuscript”. 191 University of Bologna.

[28] Deaton, A. (2003). “Household Surveys, Consumption, and the Measurement of Poverty” Economic Systems Research, Vol. 15, No. 2.

[29] Deaton, A. (2003). “Measuring poverty in a growing world (or measuring growth in a poor world).” Working Paper 9822.

[30] Débou (2011). “Monotonie”.

[31] Dubois, D. and Prade, H. (1978). “Fuzzy Sets and Systems: Theory and Applications”. Purdue University West Lafayette, Indiana.

[32] Épaulard, A. (2003). “Croissance Et Réduction De La Pauvreté Dans Les Pays En Développement Et Les Pays En Transition ”cairn.info Tome XLII, 9-20.

[33] Fisher, G. M. (1992). “The Development of the Orshansky Poverty Thresholds and Their Subsequent History as the Official U.S. Poverty Measure”. Office of the Assistant Secretary for Planning and Evaluation (ASPE)

[34] Fisher, G. M. (2008). “Mollie Orshansky: Author of the Poverty Thresholds” Department of Health and Human Services: 15-18.

[35] Giordani, P. and Giorgi, G. M. (2007). “Poverty Measures in a Fuzzy Logic Framework”. Dipartimento di Statistica, Probabilità e Statistiche Applicate Sapienza Università di Roma PRIN.

[36] Gondard-Delcroix (2006), « La combinaison des analyses qualitative et quantitative pour une étude des dynamiques de pauvreté en milieu rural malagasy. » thèse de Doctorat en Sciences Economique et Gestion.

[37] Gregoire, P. (1997). “Analyse de l’incidence de la pauvreté de Shorrocks et son application sur les données canadienne ”Faculté des Sciences Sociales Université LAVAL.

[38] Grigoriou, C. (2008). “La nouvelle macroéconomie keynésienne ”. Université d’Auvergne.

[39] Habib, M. (2013). « Influence des émotions sur la prise de décision chez l’enfant, l’adolescent et l’adulte : Comment le contexte socio-émotionnel et le développement des émotions contrefactuelles influencent-ils nos choix ? ». Institut de Psychologie, Université Paris Descartes. HAL (archives-ouvertes).

[40] Hérault, F., et Roux, R. (2014). “Fonctions convexes et concaves”. Cous Master Enseignement et Formation, Section CAPES, Université Paris 6.

[41] Hiriart-Urruty J.B. “Optimisation Et Analyse Convexe: Exercices Et Problèmes Corrigés, Avec Rappels de Cours”. EDP sciences.

[42] Hiriart-Urruty, J. B. (2009). “Optimisation et analyse convexe”. EDP Sciences

[43] Jaquemain, A. (2012). « Cours de microéconomie ». Université Catholique de Louvain.

[44] Kakwani, K. (1980). “On a class of poverty measures”. Econometrica, Vol. 48, No. 2: 437-446.

[45] Kakwani, K. (1986). “Decomposition of normalization axiom in the measurement of poverty: a comment” WIDER working Papers 2.

[46] Kanuri, R. (1985). “Poverty: measurement, alleviation and the impact of macroeconomics adjustement, Essex”, discussion paper n° 125, England, University of Essex.

[47] Kim, Sung-Geun, (2012). ,“Measuring Poverty As A Fuzzy And Multidimensional Concept:Theory And Evidence From The United Kingdom” University of Pittsburgh

[48] Koshevoy, G. A. (1995). Multivariate Lorenz majorization, Social Choice and Welfare, 12, 93-102.

[49] Krivine, J. L. (2014). “Logique et Théorie Axiomatiques”. Université Paris 7.

[50] Lachaud J-P. (1998). Concepts, mesure et analyse de la pauvreté en Afrique. Atelier régional sur l'utilisation des données sociales en politique de lutte contre la pauvreté (Cameroun-9-14 Novembre 1998). Centre de Munich pour la Statistique économique, environnementale et sociale.

[51] Lachaud, J. P. (2000). “Pauvreté et inégalité en Afrique : Contributiona L'analysespatiale”. Université Montesquieu - Bordeaux IV. Institut de Recherche pour le Développement

[52] Lainkana, Z. E. (2017). “ Pauvreté multidimensionnelle et fécondité à Madagascar : poids de la privation multidimensionnelle comme variable explicative de la fécondité”. Thèse de doctorat en sciences économiques, Université d’Antananarivo, Faculté de Droit, d’Economie, de Gestion et de Sociologie, Département Economie.

[53] Le Goff, J.-M. (2003). “ Modélisation des événements des parcours et modes de vie”. Universités de Lausanne et de Genève.

[54] Lian, Y. H., (2013). “The Shapley value for fuzzy games: TU games approach” Economics Bulletin, Vol. 33 No. 1:192-197.

[55] Maasoumi, E. and Lugo, M. A. (2008). “Multidimensional Poverty Measures from an Information Theory Perspective”. Society for the Study of Economic Inequality ECINEQ Working Paper 2008-85.

[56] Malinvaud, E. (1982). “Leçons de théorie microéconomique”. 4ème Ed., DUNOD, Paris.

[57] Mendel, J. M., Fellow, (1995). “Fuzzy Logic Systems for Engineering”. A tutorial proceeding of the IEEE vol.83, NO.3.

[58] Miceli, D. (1998). “Measuring Poverty Using Fuzzy Sets”. Discussion Paper no. 38.

[59] Milan, P. (2014). “Continuté et derivabilité d’une fonction”. Cours de terminal S.

[60] Monka, Y. (2014). ”Convexité”. Académie de Strasbourg.

[61] Mussard, S. and Alperin, M.N.P. (2005). “Multidimensional Decomposition of Poverty: A Fuzzy Set Approach”. Université de Sherbrooke Canada, Groupe de Recherche en Economie et Développement International (GREDI) Working Paper 05-06.

[62] Ok, E. A. (1995). “Fuzzy measurement of income inequality: a class of fuzzy inequality measures”Social Choice Welfare 12: 111-136.

[63] Ok, E. A. (1996). “Fuzzy measurement of income inequality: some possibility results on the fuzzification of the Lorenz ordering”Econ.Theory 7:513-530.

[64] Paternostro S., Razafindravonona, J. et Stifel, D. (2001). Changes in Poverty in Madgascar, Econometric Examination of Determinants of Consumption and Changes in Poverty.

[65] Ponty, N. (1998). "Mesurer la pauvreté dans un pays en développement. STATECO, n° 90-91, pages 53-67.

[66] Razafindravonona, J. (2013). " Link between growth and poverty " Oxford Companion to the Economics of Africa, Contributor, Oxford University Press (OUP), England, January 19 2012 .

[67] Razafindravonona, J. (2007). "Pauvreté et distribution des services sociaux à Madagascar". Thèse de doctorat.

[68] Razafindravonona, J. (2001). " Changes in Poverty in Madagascar: 1993-1999,". World Bank: Africa Region Working Paper Series Number 19, co-author, Washington

[69] Ravallion, M. (1992). "Poverty comparaisons. A guide to concepts and methods". Washington, LSMS, working papers n°88, Banque mondiale.

[70] Rombaldi, J-E. (2012). "Matrices bistochastiques". Mathématiques pour la licence et l'agrégation.

[71] Sen, A. (1976). "An Ordinal Approach to Measurement". Econometrica, Vol. 44, No. 2: 219-231.

[72] Sen, A. (2003). "The Quality of Life" Oxford scholarship online.

[73] Seth, S., (2011). "Unidimensional Poverty Measurement". Oxford Poverty and Human Development Initiative (OPHDI).

[74] Tarkowska, E. (2011). Une nouvelle approche sociologique de la pauvreté. Revue Quart-Monde. N°218.

[75] Tsiengeny, J. (2022). Mesures floues rigides de pauvreté multidimensionnelle et leurs implications sur l'axiome de transfert et l'axiome de focalisation : application aux ménages urbains à Madagascar, These soutenue en Janvier 2022.

[76] Tsui, K. (2002). "Multidimensional poverty Indices" Social Choice and Welfare:69-93

[77] Watts, H.W. (1968). "An Economic Definition of Poverty" Institute for Research on Poverty: 1-19.

[78] Vero, J. et Werquin, P. (1997). "Un réexamen de la mesure de la pauvreté. Comment s'en sortent les jeunes en phase d'insertion?" Economie et Statistique, 8-10, 143-158.

[79] Zadeh, L.A. (1965). "Fuzzy Sets" Information and Control 8, 338-353.

[80] Zheng, B. (2000). "Minimum Distribution-Sensitivity, Poverty Aversion, and Poverty Orderings" Journal of Economic Theory 95, 116 -137.

[81] Zheng, B. (2013). "Fuzzy Poverty Measurement and Crisp Dominance". JEL Classifications: I32.

ANNEXE

(1) La mesure de Sen (1976)

$$S(y,z) = H\left[I+\frac{q}{q+1}(1-I)G_p\right] = \frac{2}{(q+1)nz}\sum_{i=1}^{q}(q+1-i)g_i$$

Où G_p est l'indice de Gini[7] de la distribution des revenus des pauvres, z le seuil de pauvreté, n le nombre total de population, yi le revenu, q le nombre de populations pauvres, $g_i = z-y_i$ le gap de revenu et q+1-i la pondération affectée à l'écart relatif de pauvreté de l'individu i.

L'incidence ou ratio de la pauvreté $H = \frac{q}{n}$ et l'intensité de la pauvreté $I = \sum_{i\in S(z)}\frac{g_i}{qz} = \sum_{i=1}^{q}\frac{g_i}{qz}$.

(2) L'indice de Watts (1968)

$$W = \int_{\min}^{z}(\log z - \log x) f(x)dx \qquad (10)$$

où x représente le revenu ou la dépense.

(3) L'indice de Watts (1968) dans le cas des variables discontinues

$$W = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{q}(\log z - \log y_i) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{q}\log(z/y_i)$$

(4) L'indice de Chakravarty, Mukherjee et Ranade (1998)

$$P_\theta^n(X;\mu) = \sum_{j=1}^{h}\delta_j\sum_{i\in S\mu_j}\left(1-\frac{x_{ij}}{m_j}\right)^{\theta_j}$$

Où $(\theta_1,\theta_2,...,\theta_h)$ reflète différentes perceptions de la pauvreté. Pour un X donné, P_θ^n augmente quand è$_j$ augmente, $1\leq j \leq h$.

(5) L'indice de Chakravarty (1983a):

Cet indice prend la forme générale suivante :

$$\mathrm{P}_c^n(X;\mu) = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{h}\delta_j\sum_{i\in S_{\mu j}}\left[1-\left(\frac{x_{ij}}{m_j}\right)^{c_j}\right]$$

Où $0 < c_j < 1$ et $c = (c_1, c_2 \ldots, c_h)$.

Etant une alternative de la précédente, il satisfait les mêmes axiomes que cette dernière. Seulement, pour X donné, P_c^n augmente avec C_j pour tout j. Pour $C_j = 1$, l'indice coïncide avec le cas particulier de $P_è^n$ quand è$_j = 1$, $1 \leq j \leq h$.

(6) Les indices proposés par Tsui (2002) :

[7] *Il s'agit de la mesure de l'inégalité la plus couramment utilisée. Le coefficient varie entre 0, qui traduit une égalité complète, et 1, qui indique une inégalité totale (une seule personne dispose du revenu et de la consommation, toutes les autres n'ont rien).*

$$P_{\alpha}^{n}(X,\mu)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left[\prod_{j=1}^{h}\left(\frac{x_{ij}}{m_j}\right)^{-\alpha_j}-1\right]$$

Avec $\alpha_j \geq 0$ pour tout j et est α_j choisi de telle sorte à ce que $\prod_{j=1}^{h}\left(\frac{x_{ij}}{m_j}\right)^{-\alpha_j}$

(7) Indice de Watt (1968)

$$P_{\alpha}^{n}(X,\mu)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{h}\alpha_j \ln\left(\frac{m_j}{x_{ij}}\right) \qquad (35)$$

Où $\alpha_j \geq 0$, dont la somme n'est pas nécessairement égale à 1.

(8) Indice de Watt (1967) reformulé par Tsui (2002)

$$\mathrm{P}_{\lambda}^{\mathrm{n}}(X;\mu)=\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{h}\delta_j\sum_{i\in S_{\mu j}}\frac{\log\left(1+e^{\lambda_j(m_j-x_{ij})/m_j)}\right)-\log 2}{\log\left(1+e^{\lambda_j}\right)-\log 2}$$

Où $\lambda_j > 0$ et λ est le vecteur paramètre$\left(\lambda_1,\lambda_2\ldots,\lambda_h\right)$.Le paramètre λ_j détermine la courbure du contour de pauvreté.

(9) La mesure de Maasoumi et Lugo (2008)

Maasoumi et Lugo (2008) ont aussi proposé une autre mesure basée sur la théorie de l'information :

$$P_{\beta\alpha}^{n}(X,\mu)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{\mu_\beta(m;w)-\mu_\beta(\tilde{x}_i;w)}{\mu_\beta(m;w)}\right]^{\alpha}$$

Avec $\mu_\beta(\tilde{x}_i;w)=\begin{cases}\left(\sum_{j=1}^{h}w_j\tilde{x}_{ij}^{\beta}\right)^{\frac{1}{\beta}} & \text{pour } \beta\neq 0\\ \prod_{j=1}^{h}(\tilde{x}_{ij})^{w_j} & \text{pour } \beta=0\end{cases}$

Et $\tilde{x}_{ij}=\dfrac{m_j-x_{ij}}{m_j}$

Puis $\mu_\beta(m;w)=\begin{cases}\left(\sum_{j=1}^{k}w_j m_j^{\beta}\right)^{\frac{1}{\beta}} & \text{pour } \beta\neq 0\\ \prod_{j=1}^{k}(m_j)^{w_j} & \text{pour } \beta=0\end{cases}$

Où $\beta < 1$, $\alpha \geq 1$ et $\sum_{j=1}^{h} w_j = 1$.

(10) L'indice suggéré par Bourguignon et Chakravarty (2003)

$$P_{\alpha\beta}^{n}(X;\mu) = \frac{1}{n}\left[\sum_{j=1}^{h}\sum_{i\in S_{\mu j}} a_j \left(\frac{m_j - x_{ij}}{m_j}\right)^{\beta}\right]^{\frac{\alpha}{\beta}}$$

Où $a_j > 0$ pour tout j et á sont des paramètres positifs. $P_{\alpha\beta}^{n}$ est aussi la contrepartie floue de la version multidimensionnelle de l'indice FGT.

(11) L'indice suggéré par Chakravarty (2006)

$$T_c^{\,n}(X;\mu) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(1 - \prod_{j=1}^{h}\left(\frac{\hat{x}_{ij}}{m_j}\right)^{c_j}\right)$$

Où $\hat{x}_{ij} = \min(x_{ij}, m_j)$.

(12) L'indice de Chakravarty et D'Ambrosio (2013)

$$P_{\alpha}^{n}(X,\mu) = \frac{\alpha\prod_{j=1}^{h} m_j^{\beta}}{n}\sum_{i=1}^{n}\left[1 - \prod_{j=1}^{h}\left(\frac{x_{ij}}{m_j}\right)^{\alpha_j}\right]$$

Où β un nombre réel, α paramètre et α_j tel qu'on devrait choisir une valeur respectant $\alpha\alpha_j > 0$