

Application du Noyau de PARZEN-ROSENBLATT dans le Filtrage non Linéaire et dans l'Estimation Paramétrique

Matio ROBINSON¹, Falimanana RANDIMBINDRAINIBE²

Laboratoire de Recherche en Sciences Cognitives et Applications
Ecole Supérieure Polytechnique Antananarivo
Université d'ANTANANARIVO
BP 1500, Ankatso Antananarivo 101, MADAGASCAR



Résumé – Les méthodes classiques de filtrage non linéaires exigent des hypothèses assez lourdes. Cet article développe une méthode d'approximation à la fois du filtre optimal et de la commande régissant l'évolution du signal non observé. La méthode de filtrage non linéaire par noyau de Parzen-Rosenblatt est la mieux adaptée surtout pour de bruits de mesure et d'observation faibles. Elle introduit à la fois la méthode particulaire et la régularisation des filtres obtenus. L'estimation à chaque instant de la commande permet de mieux contrôler la trajectoire du signal avec le système de particules.

Mots-clefs – Filtrage non linéaire, Filtre particulaire, Noyau de Parzen-Rosenblatt, Paramètre de lissage, Commande optimale.

Abstract – The nonlinear approved methods of filtering require heavy enough hypotheses. This article develops a method of approximation at a time of the optimal filter and the order governing the evolution of the non-observed signal. The nonlinear filtering method by core of Parzen-Rosenblatt is better especially the adapted for weak noises of measure and observation. She introduces the particulate method and the regularization of the filters gotten at a time. The evaluation to every instant of the order permits to control the trajectory of the signal better with the particle system.

Keywords – Nonlinear filtering, particulate Filter, Kernel of Parzen-Rosenblatt, parameter of smoothing, optimal order.

I. INTRODUCTION

Le filtrage consiste à estimer de façon récursive l'état caché d'un signal au vu d'un autre signal observable $(Y_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$. Il permet aussi d'estimer la commande $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$, si elle existe, contrôlant le signal $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$ selon un critère d'approximation des estimés $\mathbb{E}(X_n | Y_1, \dots, Y_n)$ et des observations en tout instant.

Dans le filtrage, la méthode de Kalman [7] est bien adaptée aux systèmes linéaires gaussiens pour la détermination du filtre optimal. Une extension du filtre de Kalman [4] est applicable pour des systèmes non linéaires présentant des fonctions dérivables mais encore avec des bruits gaussiens. Les méthodes particulières [2], peuvent résoudre les problèmes de système linéaire avec des bruits quelconques non nécessairement gaussiens. Mais ces méthodes particulières sont mises en défaut pour les bruits d'état et d'observation faibles. Le filtrage par noyau de convolution [3], [8], [9] est une solution assez efficace surtout pour l'estimation des paramètres [10], [1] et en particulier l'estimation des commandes. Cet article développe des algorithmes du filtrage particulaire [6] les particules sont générées par des densités estimées par des noyaux de convolution de Parzen Rosenblatt [5].

Modélisation du problème

Un signal $(X_t)_{t \in \mathbb{R}}$ est contrôlé par une commande $(U_t)_{t \in \mathbb{R}}$ mais inobservable. et perturbée par un bruit blanc $(W_t)_{t \in \mathbb{R}}$. L'équation d'état de $(X_t)_{t \in \mathbb{R}}$ est telle que :

$$\frac{dX_t}{dt} = f_t(X_t, U_t, W_t) \quad (1)$$

Le contrôle U_t est déterminé par un critère d'optimisation tel qu'à partir d'un temps initial t_0 :

$$J(t, u(t)) = \mathbb{E} \left[\int_{t_0}^t F(s, x(s), u(s)) ds + G(t, x(t)) \right] \quad (2)$$

Et le contrôle optimal est défini par :

$$u^*(t) = \underset{u \in U}{\operatorname{argmin}} J(t, u(t)) \quad (3)$$

U est l'ensemble des contrôles admissibles dans la situation.

À partir d'un signal observé $\{Y_t, t \in \mathbb{R}^{*+}\}$ perturbé par un autre bruit blanc $\{V_t, t \in \mathbb{R}^{*+}\}$, on établit l'équation non linéaire :

$$Y_t = h_t(X_t, V_t). \quad (4)$$

Dans le filtrage non linéaire en temps discret de (1) et de (4), on a le système dynamique

$$\begin{cases} X_{n+1} = f_n(X_n, U_n) + W_n \\ Y_n = h_n(X_n) + V_n \end{cases} \quad (5)$$

Où les bruits sont supposés additifs.

La fonction coût associé à chaque période de (2) est :

$$J(u_n) = \mathbb{E} [\sum_{k=j}^{n-1} F_k(X_k, u_k) + G_n(X_n)] \quad (6)$$

Avec $0 \leq j \leq n-1$.

Plus précisément, pour maintenir X_n proche de la trajectoire nominale x_n à chaque instant n , la commande optimale est obtenue par exemple, de

$$(u_j^*, \dots, u_n^*) = \operatorname{arg} \min_{u_j, \dots, u_n} \sum_{k=j}^n \|x_k - \mathbb{E}(X_k | Y_1, \dots, Y_n, u_1, \dots, u_n)\|^2 \quad (7)$$

Avec le système d'équations aux dérivées partielles :

$$\frac{\partial}{\partial u_i} \sum_{k=j}^n \|x_k - \mathbb{E}(X_k | Y_1, \dots, Y_n, u_1, \dots, u_n)\|^2 = 0 \quad (8)$$

II. METHODE D'ESTIMATION

II.1 Noyau de Parzen-Rosenblatt

La densité f d'une variable aléatoire X peut être estimée par la méthode de noyau de Parzen-Rosenblatt telle que :

$$\tilde{f}_n(x) = \frac{1}{nh_n^d} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{x - \xi_i}{h_n}\right) \quad (9)$$

où K est un noyau défini dans $\mathbb{R}^d$, borné et intégrable par rapport à la mesure de Lebesgue. et tel que $\lim_{|n| \rightarrow \infty} \|x\|^d K(x) = 0$;

h_n est le paramètre de lissage et $(\xi_1, \dots, \xi_n)$ est un échantillon tiré de la variable aléatoire X .

- Le noyau d'Epanechnikov $K(y) = 1 - 3y^2/2$ pour $|y| < 1$ et
 - Le noyau de Picard $K(y) = \exp(-|y|)/2$ pour tout y de $\mathbb{R}$
- sont parmi d'autres des noyaux de Parzen-Rosenblatt.

II.2 Estimation de la densité conditionnelle

Considérons les estimations par noyau de la densité conjointe de 2 variables aléatoires X et Y , de l'équation (9)

$$\hat{p}_{XY}(x, y) = \frac{1}{nh^2} \sum_{i=1}^n K_h^{XY} \left(\frac{x - X_i}{h}, \frac{y - Y_i}{h} \right) \quad (10)$$

La densité marginale de Y ,

$$\hat{p}_Y(y) = \frac{1}{nh^2} \sum_{i=1}^n K_h^Y \left(\frac{y - Y_i}{h} \right) \quad (11)$$

La loi conditionnelle de X sachant $Y=y$ est définie par :

$$\hat{p}_{X|Y=y}(x) = \frac{\sum_{i=1}^n K_h^{XY} \left(\frac{x - X_i}{h}, \frac{y - Y_i}{h} \right)}{\sum_{i=1}^n K_h^Y \left(\frac{y - Y_i}{h} \right)} \quad (12)$$

(X_i, Y_i) sont n - couples tirés de la loi conjointe de (X, Y) et K_h est un noyau de Parzen-Rosenblatt de paramètre de lissage h en une dimension ou deux.

Dans le rectangle $]-1; 1[\times]-1; 1[$, pour le noyau d'Epanechnikov

$$K_h(x, y) = \left(1 - \frac{3}{2}x^2\right) \left(1 - \frac{3}{2}y^2\right),$$

Et pour le noyau de Picard dans $\mathbb{R}^2$.

$$K_h(x, y) = \frac{1}{4} \exp(-(|x| + |y|))$$

II.3 Résolution par filtrage particulaire

La méthode de filtrage non particulaire muni d'un paramètre θ avec les phases prédiction-correction n'est adaptée que pour des états markoviens. Ces phases sont incontournables mais rencontrent des situations complexes dans leurs applications. Supposant que θ admet une loi à priori π_θ et on obtient une estimation θ_0 de θ à l'instant initial.

Considérons le système dynamique

$$\begin{cases} X_{n+1} = f_n(X_n, \theta_n) + W_n \\ Y_n = h_n(X_n, \theta_n) + V_n \end{cases} \quad (13)$$

où les bruits sont supposés additifs.

L'objectif est de déterminer à la fois une estimation de X_n et une estimation θ_n du paramètre inconnu θ à chaque instant n par filtrage particulaire à noyau de convolution. Notons $X_n^\theta = (X_n, \theta_n)$ l'état caché augmenté dans le système (13), une nouvelle variable et on obtient un nouveau système :

$$\begin{cases} X_{n+1}^\theta = f_n(X_n^\theta) + W_n \\ Y_n^\theta = h_n(X_n^\theta) + V_n \end{cases} \quad (14)$$

Théoriquement, en supposant que la loi conditionnelle prédite admet une densité telle que :

$$p_n^{\theta-}(x) = \int_{\mathbb{R}^d} f_w(x - f(x')) p_{n-1}^{\theta-}(x') dx' \quad (15)$$

La loi conditionnelle corrigée est déterminée par la densité :

$$p_n^{\theta}(x) = \frac{f_v(Y_n - h(x)) p_n^{\theta-}(x)}{\int_{\mathbb{R}^d} f_v(Y_n - h(x')) p_n^{\theta-}(x') dx'} \quad (16)$$

La densité du filtre optimal est obtenue par marginalisation telle que :

$$p_n(x) = \int_{\mathbb{R}^d} p_n^{\theta}(x) d\theta.$$

En application du filtrage particulaire, on dispose de la densité initiale $p_0^{\theta}(x)dx = \mathbb{P}(X_0^{\theta} \in dx)$, des densités de probabilités $p_{n,n-1}^{\theta}(x|y)dx = \mathbb{P}(X_n^{\theta} \in dx | X_{n-1}^{\theta} = y)$ de transition correspondant à l'équation d'évolution et des densités d'émission : $p_{n,Y}^{X,\theta}(y|x)dy = \mathbb{P}(Y_n \in dy | X_n^{\theta} = x)$ correspondant à l'équation d'observation.

Les particules sont initialisées à partir de $p_0^{\theta}(x)$. À l'étape $n-1$, où $\xi_{n-1}^{\theta(i)}$ sont les M -particules tirées de l'estimation de la loi de densité $\hat{p}_{n-1}^{\theta}(x|y_1, \dots, y_{n-1})$ de l'état augmenté sachant les observations $y_1, \dots, y_{n-1}$.

L'étape de mutation correspond à la prédiction en propageant les particules à partir de l'équation d'évolution : $\xi_n^{\theta(i)-} = f(\xi_{n-1}^{\theta(i)}) + W_n^{(i)}$. Avec la loi d'émission, on établit les $p_{n,Y}^{X,\theta}(y|\xi_n^{\theta(i)-})$ pour déterminer une estimation de la loi conjointe de (X_n^{θ}, Y_n) sachant les observations $y_1, \dots, y_{n-1}$ par convolution à un noyau de Parzen-Rosenblatt :

$$\begin{aligned} & \hat{p}_{X,Y,n}^{\theta}(x, y|y_1, \dots, y_{n-1}) \\ &= \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M K_h(x - \xi_n^{\theta(i)-}) p_{n,Y}^{X,\theta}(y|\xi_n^{\theta(i)-}) \end{aligned} \quad (17)$$

Avec $M=nh^2$

L'étape de correction correspond à l'estimation de la densité du filtre optimal :

$$\hat{p}_n^{\theta}(x|y_1, \dots, y_n) = \frac{\sum_{i=1}^M K_h(x - \xi_n^{\theta(i)-}) p_{n,Y}^{X,\theta}(y|\xi_n^{\theta(i)-})}{\sum_{i=1}^M p_{n,Y}^{X,\theta}(y|\xi_n^{\theta(i)-})} \quad (18)$$

$$\frac{p_{n,Y}^{X,\theta}(y|\xi_n^{\theta(i)-})}{\sum_{i=1}^M p_{n,Y}^{X,\theta}(y|\xi_n^{\theta(i)-})} = \omega_n^{\theta(i)} \text{ est le poids de la particule } \xi_n^{\theta(i)}.$$

Les particules peuvent être trop faibles et entraîneraient une redistribution en utilisant la loi multinomiale par exemple à l'instant $n=1$

. Les nouvelles particules redistribuées $\hat{\xi}_n^{\theta(i)}$ déterminent le filtre optimal à l'instant n .

À chaque itération, les estimateurs du paramètre et de l'état caché sont déterminés à partir de $\hat{X}_n^{\theta} = (\hat{\xi}_n, \hat{\theta}_n)$ où

$$\hat{X}_n^{\theta} = \sum_{i=1}^M \omega_n^{\theta(i)} \xi_n^{\theta(i)} = \sum_{i=1}^M \omega_n^{\theta(i)} (\xi_n^{(i)}, \hat{\theta}_n^{(i)}) \quad (19)$$

$$\text{avec } \hat{\theta}_n = \sum_{i=1}^M \omega_n^{\theta(i)} \hat{\theta}_n^{(i)} \text{ et } \hat{\xi}_n = \sum_{i=1}^M \omega_n^{\theta(i)} \xi_n^{(i)}$$

Dans le filtrage non linéaire d'un système contrôlé, le paramètre θ est substitué par une variable de contrôle U_n déterministe en chaque instant.

Plus précisément, dans la poursuite de trajectoire, la variable de contrôle à chaque instant est déterministe définie par :

$$u_n^* = \arg \min_u ||\hat{X}_n^\theta - x_n||^2$$

III. APPLICATIONS

Considérons le système d'équation d'état et d'équation d'observation :

$$\begin{cases} X_{n+1} = \theta \cdot f_1(X_n) + W_n \\ Y_n = h(X_n) + V_n \end{cases} \text{ devient}$$

$$\begin{cases} X_{n+1} = f(X_n, \theta) + W_n \\ Y_n = h(X_n) + V_n \end{cases} \text{ où } f(X_n, \theta) = \theta \cdot f_1(X_n)$$

- , pour $n > 0$ et $X_0 = W_0$ où W_n est un bruit blanc de variance σ^2 inconnue perturbateur de l'équation d'état, a est un paramètre inconnu. K est le noyau d'Epanechnikov $K(y) = 1 - 3y^2/2$ pour $|y| < 1$ ou le noyau de Picard $K(y) = \exp(-|y|)/2$ pour tout y de $\mathbb{R}$

À l'instant initial, l'état du système est représenté par le bruit blanc perturbateur V_n de l'équation d'observation de variance supposée connue.

On veut estimer les paramètres a et σ^2 et déterminer le filtre par filtrage par noyau.

Pour un échantillon $(X_1, \dots, X_n)$, la vraisemblance est :

$$\mathcal{L}(a, \sigma, X_1, \dots, X_n) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi\sigma^2})^n} \prod_{k=1}^n \exp \left[-\frac{(X_k - aX_{k-1})^2}{2\sigma^2} \right] \quad (9)$$

Et le Log-vraisemblance par :

$$\ln \mathcal{L}(a, \sigma, X_1, \dots, X_n) = -\frac{n}{2} \ln(2\pi\sigma^2) - \sum_{k=1}^n \frac{(X_k - af(X_{k-1}))^2}{2\sigma^2} \quad (10)$$

Par la méthode du maximum de vraisemblance, on a les estimations suivantes :

$$\text{de } \frac{\partial \ln \mathcal{L}(a, \sigma, X_1, \dots, X_n)}{\partial a} = 0, \text{ on obtient } \hat{a}_n = \frac{\sum_{k=1}^n f(X_{k-1})X_k}{\sum_{k=1}^n f(X_{k-1})^2}$$

$$\text{de } \frac{\partial \ln \mathcal{L}(a, \sigma, X_1, \dots, X_n)}{\partial \sigma^2} = 0, \text{ on obtient } \hat{\sigma}_n^2 = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (X_k - \hat{a}_n f(X_{k-1}))^2$$

Comme le signal X_n n'est pas observable, les estimations des paramètres doivent se faire récursivement en fonction des observations $(Y_1, \dots, Y_n)$ comme le filtre optimal.

III.1 Algorithme filtrage par noyau

On a deux formes d'algorithme de filtrage par noyau : le filtrage par noyau pré-régularisé et le filtrage par noyau post-régularisé.

Dans le premier cas, le filtre prédit (15) est régularisé par un noyau. L'étape de correction (16) permet d'obtenir le filtre optimal. Une sélection de particules permet de passer à l'étape suivante.

Dans le second cas, après l'étape de mutation des particules (15), l'étape de pondération (16) permet d'obtenir les particules correspondantes au filtre optimal. Une régularisation par un noyau détermine la densité du filtre optimal.

Algo filtrage par noyau post-régularisé

Données : p_{X_0} densité de la loi initiale, f et g fonctions du modèle, p_V densité du bruit d'observation, p_W densité du bruit d'état, p_θ densité à priori de θ , N_1 nombre d'itérations, N nombre de particules., $y_1, \dots, y_{N_1}$ observations, K_h noyau de convolution,

Résultats : particules ξ_n^i du filtre optimal et $\hat{p}_n$ densité du filtre optimal ; $\hat{\theta}$ estimation de θ .

DEBUT

Initialisation des N-particules

$$\xi_1^0 = (\hat{x}_1^0, \theta_1^0), \dots, \xi_N^0 = (\hat{x}_N^0, \theta_N^0) \quad \text{où } \hat{x}_k^0 \sim p_{X_0} \text{ avec les poids } \omega_n^0 = 1/N, \text{ et } \hat{x}_0^N = \mathbb{E}(X_0)$$

$$\theta_k^0 \sim p_\theta$$

Pour i=1 : N1, faire

Pour n=1 : N, faire

$$\text{Mutation : } \xi_n^i = f(\xi_n^{i-1}) + w_n^i$$

$$\text{Pondération : } \omega_n^i = \frac{p_V(y_i - g(\xi_n^i))}{\sum_{k=1}^N p_V(y_i - g(\xi_k^i))}$$

Fin pour n

$$N^{eff} \leftarrow \left(\sum_{n=1}^N (\omega_n^i)^2 \right)^{-1}$$

Si $\frac{N^{eff}}{N} \leq 0.75$, alors

Sélection : redistribution des particules

$$\xi_k^i \text{ de poids } \omega_N^i = 1/N \text{ pour } 1 \leq k \leq N$$

Sinon $\xi_k^i = \xi_n^i$ de poids ω_k^i pour $1 \leq k \leq N$

Fin si

Estimation de la densité du filtre optimal

$$\hat{p}_N^i(x, \theta) = \frac{1}{Nh} \sum_{j=1}^N K_h \left(\frac{(x, \theta) - \xi_j^i}{h} \right)$$

$$\hat{x}_i^N = \frac{1}{N^2 h} \sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^N K_h \left(\frac{\xi_k^i - \xi_j^i}{h} \right) \quad \hat{\theta}_i^N = \frac{\sum_{k=1}^n f_1(\hat{x}_{i-1}^N) \hat{x}_i^N}{\sum_{k=1}^n f_1(\hat{x}_{i-1}^N)}$$

$$\hat{\sigma}_i^2 = \frac{1}{i} \sum_{k=1}^i (\hat{x}_i^N - \hat{\theta}_1^N f_1(\hat{x}_{i-1}^N))^2$$

Réinitialisation des particules

$$\xi_1^i \sim \hat{p}_N^i(x, \theta), \dots, \xi_N^i \sim \hat{p}_N^i(x, \theta)$$

Fin pour i

FIN

Algo filtrage par noyau pré-régularisé

Données : p_{X_0} densité de la loi initiale, h et f fonctions du modèle, p_V densité du bruit d'état, p_V densité du bruit d'observation, p_θ densité à priori de θ , N1 nombre d'itérations, N nombre de particules

., $y_1, \dots, y_{N1}$ observations, K_h noyau de convolution

Résultats : particules ξ_t^i du filtre optimal et $\hat{p}_t$ estimation de la densité du filtre optimal ; $\hat{\theta}$ estimation de θ .

DEBUT

Initialisation des N-particules

Pour $1 \leq t \leq N$

$$\hat{x}_t^0 \sim p_{x_0}(x), \quad \hat{\theta}_t^0 = \hat{\theta}_t^1 \sim p_{\theta}(\theta), \quad \omega_t^0 \sim p_W(w), \quad \eta_t^1 \sim p_V(v)$$

$$\hat{p}_t^0(x, \theta | y_1) = p_{x_0}(x) \cdot p_{\theta}(\theta)$$

Pour $n=1$ à $N1$

Pour $t=1$ à N

Génération des particules $(\hat{x}_t^{n-1}, \hat{\theta}_t^{n-1}) \sim \hat{p}_t^{n-1}(x, \theta | y_{1:t})$

Evolution des particules $\omega_t^n \sim p_W(w) \quad \eta_t^n \sim p_V(v) \quad \hat{\theta}_t^n = \hat{\theta}_t^{n-1}$

$$\hat{x}_t^n = f(\hat{x}_t^{n-1}, \hat{\theta}_t^{n-1}, \omega_t^{n-1})$$

$$\hat{y}_t^n = g(\hat{x}_t^n, \hat{\theta}_t^n, \eta_t^n)$$

Estimation des densités

$$\hat{p}_t^n(x, \theta | y_{1:t}) = \frac{\sum_{k=1}^N K_h(\hat{y}_k^n - y_n) K_h(\hat{\theta}_k^n - \theta) K_h(\hat{x}_k^n - x)}{\sum_{k=1}^N K_h(\hat{y}_k^n - y_n)}$$

$$\hat{p}_t^n(\theta | y_{1:t}) = \frac{\sum_{k=1}^N K_h(\hat{y}_k^n - y_n) K_h(\hat{\theta}_k^n - \theta)}{\sum_{k=1}^N K_h(\hat{y}_k^n - y_n)}$$

$$\hat{p}_t^n(x | y_{1:t}) = \frac{\sum_{k=1}^N K_h(\hat{y}_k^n - y_n) K_h(\hat{x}_k^n - x)}{\sum_{k=1}^N K_h(\hat{y}_k^n - y_n)}$$

Fin pour t

FIN

III.2 Applications numériques

$$\begin{cases} X_{n+1} = \theta X_n + W_n \\ Y_n = X_n^2 + V_n \end{cases}$$

X_0	1.7296	0.5617	0.4728	1.3354	1.2227	0.7936	1.4057	1.1137	0.7616	0.8116
θ_N^0	0.6412	0.6096	0.8696	0.5747	0.9273	0.3260	0.4134	0.4564	0.9296	0.7137
W_0	0.8834	1.2530	1.4550	1.7175	0.6646	-0.809	0.6180	1.8760	0.5921	0.8847
ξ_n^1	1.9925	1.5954	1.8662	2.4850	1.7985	-0.550	1.1993	2.3844	1.3001	1.4641
ω_n^1	0	0	0	0	0	0.99	0	0	0	0

Neff=1 pas de redistribution des particules

ξ_n^1	1.9925	1.5954	1.8662	2.4850	1.7985	-0.550	1.1993	2.3844	1.3001	1.4641
ω_n^1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1

Le mouvement des particules n'est pas concluant pour déterminer le filtre optimal. Néanmoins, les particules permettent de déterminer par la densité du filtre optimal en régularisation par noyau de convolution comme noyau de Picard entre autres des noyaux de Parzen Rosenblatt

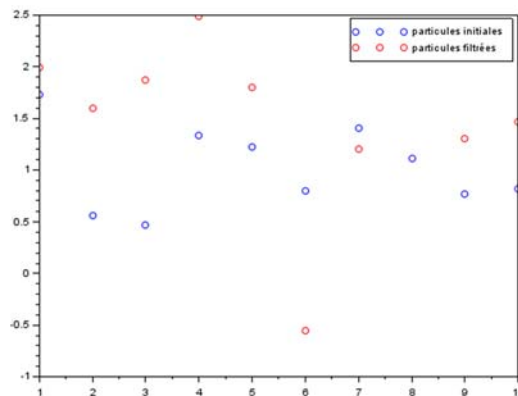


Fig 1 Passage des particules initiales en particules filtrés

Noyau de Picard

$$K_h(x, y) = \frac{1}{4} \exp(-(|x| + |y|))$$

La longueur de la fenêtre $h=0.8$

$$\hat{x}_1^N = 0.1588$$

$$\hat{\theta}_1^N = 1.6482$$

$$\hat{\sigma}_1^2 = 2.2182$$

Pour le modèle,

$$\begin{cases} X_{n+1} = 0.8W_n \\ Y_n = X_n + 0.8V_n \end{cases}, W_n \text{ et } V_n \text{ sont des gaussiennes centrées réduites, } h \text{ est l'identité}$$

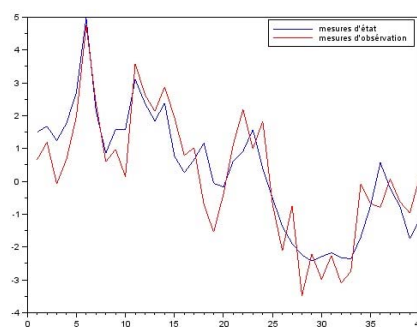


Fig 2 : Signaux cachés et observés

Dans l'estimation, avec le noyau d'Epanechnikov, la courbe est très proche de celle de la densité exponentielle mais celle de Picard est plus lisse La longueur de la fenêtre est de 0.8

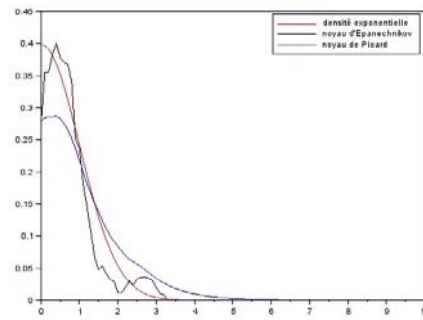


Fig 3 : Estimations par noyaux d'Epanechnikov et de Picard.

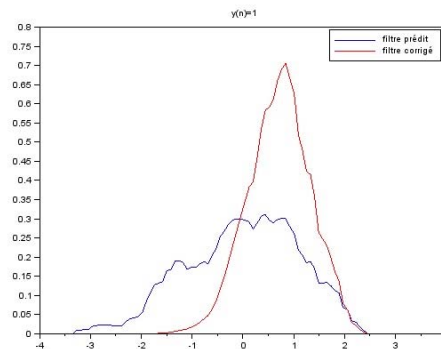


Fig 4 : Filtres prédit et corrigé.

IV. CONCLUSION

L'algorithme de filtrage non linéaire est basé sur le filtrage particulaire. Il est plus intéressant de régulariser les densités des filtres pour pouvoir déterminer la trajectoire du signal non observé et aussi estimer les paramètres ou les commandes dans le modèle. La régularisation par des noyaux de convolution devient une nécessité dans la pratique

RÉFÉRENCES

- [1] Belkacem ABDOUS. « Correction locale de l'estimateur à noyau de la densité d'une loi de probabilité ». The canadian journal of statistics. Vol. 22,n°2, p. 295-308, 1994.
- [2] François CARON. « Méthodes particulières et fusion de données ». Journées d'études Météo-SMAI-DSNA, Toulouse, 2010
- [3] Yuting CHEN et al. « Filtrage par noyaux de convolution itératif ». Les 44 journées de statistique, Bruxelles Belgique, 2012.
- [4] D. CHICOUCHE et al., « Filtre de Kalman Etendu pour la détection d'un défaut du rotor des machines asynchrone ». International Conference On Engineering Industrial and Manufacturing ICIEM, Algérie,2010
- [5] Paul DEHEUVELS. « Estimation non paramétrique de la densité par histogrammes généralisés ». Revue de statistique appliquée, tome 25, n°3 p.5-42, 1977.
- [6] François Le GLAND . « Filtrage Bayésien et Approximation Particulaire ». Ecole Nationale de Techniques Avancées, INRIA Rennes, sept 2011.

- [7] M. LEMOINE, F. PELGRIN. « Introduction aux modèles espace-état et au filtre de Kalman ». Revue de l'OFCE 86, p. 203-228, juillet 2003.
- [8] Vivien ROSSI, Jean-Pierre VILA. Approche non paramétrique du filtrage de système non linéaire à temps discret et à paramètres inconnus. ENSAM-INRA, univ. Montpellier II, 2005.
- [9] V. ROSSI. Filtrage non linéaire par noyaux de convolution - Application à un procédé de dépollution biologique. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure Agronomique de Montpellier, 2004
- [10] Elie YOUNDJÉ. Contribution à l'estimation non-paramétrique par la méthode du noyau. Mémoire d'Habilitation à Diriger des Recherches, spécialité mathématiques appliquées et statistique. Univ. De Rouen et du Havre, INSA de Rouen, oct. 2011.